

Cvičenie č. 6 (Intervaly spoľahlivosti)

Príklad č. 1

Pre odhad strednej životnosti vyrábaných žiaroviek určitého typu z nich náhodne vybrali 400 kusov. Priemerná životnosť týchto vybraných žiaroviek bola 1200 hodín.

Úloha:

Za predpokladu, že životnosť žiaroviek má normálne rozdelenie, určite hranice intervalu, v ktorom sa bude nachádzať stredná hodnota životnosti žiaroviek s pravdepodobnosťou 0,9973, pričom smerodajná odchýlka životnosti žiaroviek je 35 hodín.

Príklad č. 2

Zo základného súboru s normálnym rozdelením sme vybrali náhodným výberom 15 jednotiek, na ktorých sme zistili tieto hodnoty náhodnej premennej X:

9,8; 11,0; 10,5; 10,0; 10,4; 10,5; 10,4; 10,7; 10,1; 10,4; 10,3; 10,8; 9,9; 10,9 a 10,3.

Úloha: Odhadnite intervalovým odhadom strednú hodnotu náhodnej premennej X v základnom súbore so spoľahlivosťou 0,99.

Príklad č. 3

Zo série výrobkov sa po obrúsení vybralo 200 kusov na kontrolné meranie. Výsledky sú usporiadané v nasledujúcej tabuľke (náhodná premenná - rozmer výrobku má normálne rozdelenie):

rozmer výrobku v mm	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4
počet výrobkov	1	22	40	79	27	26	4	1

Úlohy:

- Vypočítajte interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu rozmeru celej série výrobkov. Pri výpočte použite spoľahlivosť 0,95.
- Aký musí byť rozsah výberového súboru, aby sme získali odhad strednej hodnoty s požadovanou spoľahlivosťou a prípustnou chybou 0,01?

Príklad č.4

V predchádzajúcom roku bol v 80 obchodných organizáciách priemerný podiel zásob, financovaných bankovým úverom 68 %, podiel zásob je náhodná premenná s normálnym rozdelením, pričom smerodajná odchýlka výberového súboru bola 4 %.

Úloha:

Zistite, aký počet obchodných organizácií treba z ich celkového počtu vybrať, aby bolo možné odhadnúť priemerný podiel zásob, financovaný bankovým úverom v bežnom roku, s presnosťou na 2 % a so spoľahlivosťou 0,90, ak predpokladáme, že sa variabilita nezmenila.

Príklad č. 5

V tabuľke sú údaje o počte dní, počas ktorých zostali vklady na 100 vybraných vkladných knižkách s vkladom nad 5000 Sk bez pohybu. (Predpokladajte $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.)

počet dní bez pohybu	11 - 30	31 - 50	51 - 70	71 - 90	91 - 110	111 - 130
počet vklad. knižiek	1	3	10	30	49	7

Úloha: Určite ten počet dní, počas ktorého sú vklady nad 5000 Sk bez pohybu a ktorý stredná hodnota počtu dní knižkách so spoľahlivosťou 0,95 neprekročí.

Príklad č. 6

Pri skúškach nového spôsobu uskladnenia zeleniny cez zimu zistili takéto straty počas prezimovania v % : 8, 12, 21, 9, 10, 16, 15, 18, 11, 10.

Úloha: Odhadnite s rizikom 0,05 spodnú hranicu pre strednú hodnotu strát počas prezimovania zeleniny, ak predpokladáme normálne rozdelenie.

Príklad č. 7

U 50 vybraných zamestnancov určitého výrobného družstva ste sledovali ich mesačnú produktivitu práce v tis. Sk. Výsledky zisťovania ste vytriedili do nasledujúcej tabuľky:

produktivita práce (v tis. Sk)	počet zamestnancov
- 12	2
- 16	6
- 20	10
- 24	12
- 28	9
- 32	6
- 36	4
- 40	1

Úloha: Na základe uvedeného výberu 50 zamestnancov zostrojte s pravdepodobnosťou 0,95 interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu mesačnej produktivity práce všetkých zamestnancov výrobného družstva, za predpokladu, že sledovaný znak má normálne rozdelenie.

Príklad č. 8

Mechanizmy na čistenie mestských komunikácií (ulíc, námestí a chodníkov) mesta boli vytriedené podľa výkonu (tis. m² za smenu) nasledovne:

výkon	počet mechanizmov
- 80	6
- 160	14
- 240	28
- 320	30
- 400	12
400 +	10

Úlohy: Za predpokladu, že ide o výber z normálneho rozdelenia

- s pravdepodobnosťou 0,95 odhadnite, z akého intervalu bude minimálny a maximálny priemerný výkon všetkých mechanizmov uvedeného druhu.
- koľko ďalších mechanizmov daného druhu musíme ešte vybrať do výberového súboru, ak s pravdepodobnosťou 0,95 chceme, aby prípustná chyba odhadu z úlohy a) nebola väčšia ako 15 ?

Príklad č. 9

Denná výroba plášťov (v ks) v odevnom závode má približne normálne rozdelenie. V desiatich náhodne vybraných dňoch boli zistené tieto údaje o dennej produkcii plášťov :

1480, 1500, 1510, 1495, 1520, 1478, 1505, 1490, 1502, 1500.

Úlohy:

- Určíte 90 % -ný interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu dennej produkcie plášťov.
- Určíte veľkosť prípustnej chyby odhadu v úlohe a)
- Akú najnižšiu hodnotu priemernej dennej produkcie môžu v závode očakávať s rizikom 0,05?
- Dlhodobým pozorovaním sa zistilo, že smerodajná odchýlka dennej výroby plášťov je 13 kusov. S využitím tejto informácie určíte, aký počet pozorovaní dennej produkcie musíme urobiť, ak chceme riešiť úlohu a) s rovnakou spoľahlivosťou, ale s presnosťou aspoň o 25 % väčšou ako v úlohe a) .

Príklad č. 10

Sto náhodne vybraných prihlášok na zájazdy organizované CK - Tour bolo podľa veku prihlásených dievčat a chlapcov roztriedených nasledovne:

vek v rokoch	počet dievčat	počet chlapcov
- 18	9	2
- 21	13	9
- 24	15	10
- 27	25	5
- 30	9	3

Úlohy:

- Určíte 90 %-ný interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu veku chlapcov na zájazdoch poriadaných CK-Tour.
- Určíte 95 %-ný interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu veku všetkých účastníkov zájazdov poriadaných CK-Tour.

Príklad č. 11

Zo 150 náhodne uskutočnených pozorovaní dĺžky pracovnej operácie, bol vyvodený tento záver: pravdepodobnosť, že stredná hodnota dĺžky trvania pracovnej operácie prekročí 48,15 minút je taká istá ako pravdepodobnosť, že stredná hodnota dĺžky pracovnej operácie neprevýši hodnotu 46,45 minút. Trvanie pracovnej operácie má približne normálne rozdelenie.

Úloha:

Usúďte, o akú veľkú pravdepodobnosť ide, ak výberový rozptyl trvania pracovných operácií má hodnotu 28,2659 .

Príklad č. 12

Sto náhodne vybraných prihlášok na zájazdy organizované CK-Tour bolo podľa veku prihlásených dievčat a chlapcov roztriedených nasledovne:

vek v rokoch	počet		
	dievčat	chlapcov	spolu
- 18	6	5	11
- 21	9	13	22
- 24	14	11	25
- 27	18	12	30
- 30	8	4	12

Úloha: Odhadnite so spoľahlivosťou 0,9 podiel dievčat zúčastnených na zájazdoch CK-Tour.

Príklad č. 13

Vedenie podniku sledovalo počet zamestnancov, ktorí prídu do podniku oneskorene. Z celkového počtu 127 oneskorencov 80 udalo ako dôvod svojho oneskorenia zmeškanie spojov MHD.

Úloha: Určte 95% -ný interval spoľahlivosti pre podiel oneskorení v podniku zavinených MHD.

Príklad č. 14

Z 50 náhodne vybraných študentov 33 prejavilo záujem o účasť na filmovom predstavení. Na fakulte je celkovo 540 študentov.

Úlohy:

- a) Koľko vstupeniek musí škola predbežne zabezpečiť, ak chce uspokojiť všetkých záujemcov? (Uvažujte riziko 0,05.)
- b) Koľko vstupeniek musí škola predbežne zabezpečiť, ak má záujem na tom, aby žiadne miesto nezostalo neobsadené? (Uvažujte riziko 0,05.)

Príklad č. 15

200 študentov 2. ročníka vysokej školy odchádza na lyžiarsky výcvik. V predbežnom prieskume zo 40 náhodne opýtaných študentov 18 prejavilo záujem o zapožičanie lyží zo školského skladu. Skladník tvrdí, že so spoľahlivosťou 0,95 budú všetci záujemcovia uspokojení. Môže byť jeho tvrdenie pravdivé, ak je v sklade celkovo 150 lyží?