

3. domáca úloha

z predmetu Diskrétna matematika

Túto domácu úlohu treba odovzdať 28.11.2006 na prednáške. Na svoje riešenie viditeľne napíšte vaše meno, krúžok a cvičiaceho.

1 (2 body) Dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia.

- a) Nech $f : A \rightarrow B$ a $g : B \rightarrow C$ sú ľubovoľné zobrazenia. Potom ak $f \circ g$ je injekcia, tak aj f aj g sú injekciami.
b) Nech $f : A \rightarrow B$ a $g : B \rightarrow C$ sú ľubovoľné zobrazenia. Potom ak $f \circ g$ je surjekcia, tak aj f aj g sú surjekciami.
-

2 (3 body) Dokážte, že $\log_{10} 2$ nie je racionálne číslo.

3 (2 body) Dokážte, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $4 \mid (11^n - 7^n)$.

4 (3 body) Nech $F_k, k \geq 0$, sú Fibonacciho čísla definované ako

$$F_0 = 0, F_1 = 1 \text{ a } F_k = F_{k-2} + F_{k-1} \text{ pre } k \geq 2.$$

Dokážte, že pre všetky $n \geq 1$

- a) $F_{n-1}F_{n+1} = F_n^2 + (-1)^n$;
b) $\sum_{i=0}^n F_i^2 = F_n F_{n+1}$.