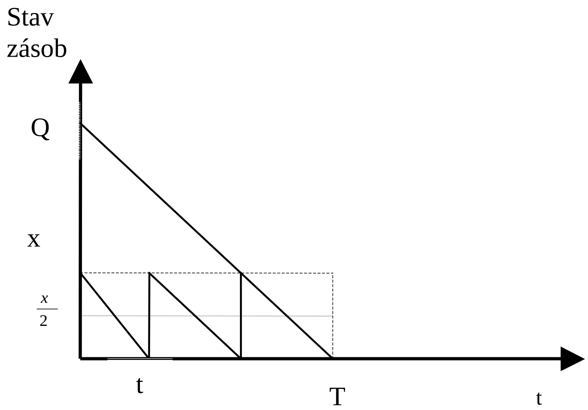
MODEL M3 (s, x) – Dynamický, deterministický, so spojitým dopytom

Zadanie

- Počas dostatočne dlhého obdobia T je dopyt Q jednotiek za celé obdobie, tj. v intervale <0, T> rovnomerný a spojitý
- Zásoba sa dopĺňa objednávkami rovnakej veľkosti x, a to vždy v okamžiku vyčerpania zásob (tj. s = 0)
- S každou jednotlivou objednávkou a dodávkou sú spojené náklady N_D, nezávisle od veľkosti objednávky
- Náklady na skladovanie jednotkového množstva zásob sú n_1

Priebeh stavu zásob je znázornený na nasledujúcom obrázku:



Celkové náklady N(x):

$$N(x) = N_D \frac{Q}{x} + n_1 \frac{x}{2} T$$

$$\frac{dN(x)}{dx} = -N_D \frac{Q}{x^2} + n_1 \frac{1}{2} T$$

optimálna veľkosť objednávky:

$$\frac{N_D Q}{x_0^2} = \frac{n_1 T}{2} \quad => \quad x_0 = \sqrt{\frac{2 N_D Q}{n_1 T}}$$

Príklad

Obchodná organizácia má zabezpečiť dodávku určitého výrobku v množstve Q=2000 MJ/rok. Náklady sa objednávku sú N_D = 250 PJ/obj. bez ohľadu na jej veľkosť. Náklady na skladovanie sú n_1 = 1 PJ/MJ za rok. Určte optimálnu dodávku zásob na časový interval T = 1 rok.

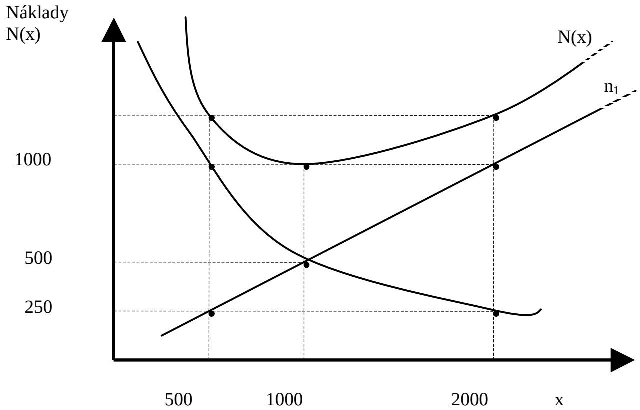
Priebeh nákladov na skladovanie, nákladov spojených s objednávaním a celkových nákladov je znázornený na obrázku. Na obrázku je naznačená aj optimálna veľkosť objednávky.

$$x_0 = \sqrt{\frac{2.250.2000}{1.1}} = \sqrt{1000000} = 1000$$

=> dodávka sa vykoná 2x za rok

$$N(x) = 250\frac{2000}{x} + 1\frac{x}{2}1$$

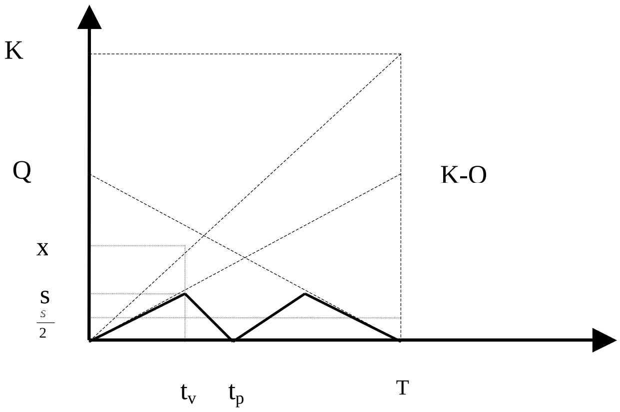
$$N(x) = \frac{500000}{x} + \frac{x}{2}$$



MODEL <u>M4</u> (s, x) – Dynamický, deterministický, so spojitým dopytom, zásoby dopĺňané vlastnou výrobou

Zadanie

- Tento model je sice v hlavných parametroch veľmi podobný tomu predchádzajúcemu, ale na rozdiel od neho sa zásoby neobjednávajú u externých dodávateľov, ale sú vyrábané vlastnou výrobou.
- Nech výroba trvá t_v časových jednotiek a jej kapacita je K > Q za obdobie T
- Q – Dopyt za sledované obdobie T
- t_p je doba potrebná k vyprázdneniu skladu
- N_D sú náklady spojené so spustením výrobnej linky
- n_1 sú skladovacie náklady na jednotkové množstvo zásob



Celkové náklady N(x) budú potom:

$$N(x) = N_D \frac{Q}{x} + n_1 \frac{s}{2} T$$

$$\frac{s}{t_v} = \frac{K-Q}{T} \Rightarrow s = \frac{xT}{K}\frac{(K-Q)}{T} = x\frac{K-Q}{K}$$

$$\frac{x}{t_v} = \frac{K}{T} \Rightarrow t_v = \frac{xT}{K}$$

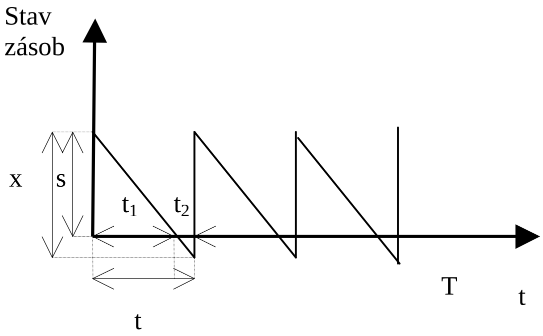
dosadiť, zderivovať

$$x_0 = \sqrt{\frac{2N_D QK}{n_1 T(K-Q)}}$$

MODEL <u>M5</u> (s, x) – Dynamický, deterministický, so spojitým dopytom, s prípustným nedostatkom pohotovej zásoby

Zadanie:

- Tento model je zovšeobecnením modelu M3 v tom, že môže dôjsť k okamžitému nedostatku pohotových zásob za cenu nákladov n_2 na jednotkové množstvo chýbajúcej zásoby
- Celkový dopyt Q za sledované obdobie T musí však byť uspokojený
- N_D sú náklady spojené s jednou objednávkou zásob bez ohľadu na jej veľkosť
- n_1 sú skladovacie náklady na jednotkové množstvo zásob



$$N(s,x) = N_D \frac{Q}{x} + n_1 \frac{s}{2} t_1 \frac{Q}{x} + n_2 \frac{(x-s)}{2} t_2 \frac{Q}{x}$$

$$\frac{t_1}{s} = \frac{t}{x} \Rightarrow t_1 = t\frac{s}{x}$$

$$\frac{t_2}{x-s} = \frac{t}{x} \Rightarrow t_2 = t\frac{(x-s)}{x}$$

$$\frac{T}{t} = \frac{Q}{x} \Rightarrow t = T\frac{x}{Q}$$

dosadiť, zderivovať

$$x_0 = \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_2}\frac{2N_D Q}{n_1 T}} \qquad s_0 = \sqrt{\frac{n_2}{n_1+n_2}\frac{2N_D Q}{n_1 T}}$$

Príklad

Strojárenský podnik potrebuje ročne 100 000 ks súčiastok určitého typu. Náklady na jednu dodávku sú 2000 PJ. Ročné skladovacie náklady pre tieto súčiastky sú n_1 = 4 PJ/ks/rok. Pri nedostatku súčiastok na sklade vzniknú dodatočné jednotlové náklady 12 PJ/ks/rok. Koľko súčiastok a jako často má podnik objednať?

$$x_0 = \sqrt{\frac{4+12}{12}.\frac{2.2000.100000}{1.4}} = 11547$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{12}{4+12}.\frac{2.2000.100000}{1.4}} = 8660$$

Interval dopĹňania zásob:

$$t = 1.\frac{11547}{100000} = 0{,}11547 \doteq 42.\mathit{dn\acute{i}}$$