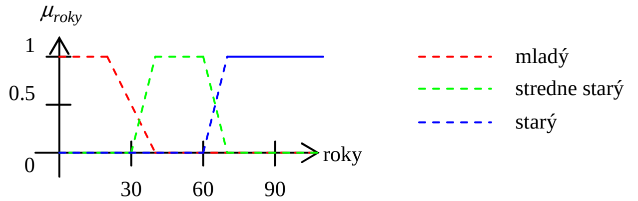
Úvod do fuzzy množín

- fuzzy – preklad z angličtiny znamená: hmlistý, nejasný, neurčitý, nejednoznačný, vágny
- história
  - otázkou fuzzy sa už zaoberali filozofi v starom grécku
    - majme veľkú kopu piesku. Ak zoberieme zrnko piesku ostane stále veľká kopa piesku. Ak budeme zrnká stále takto odoberať, kedy budeme môcť povedať, že to už nie je veľká kopa piesku?
    - objavili, že hranice medzi slovami nie sú presné
  - 1946
    - vytvorenie prvého počítača a jeho využitie
    - začal sa počítač používať v riadení
    - používal sa analytický popis (nelineárne diferenciálne rovnice)
    - nie vždy sa však takáto rovnica dá zostaviť
      - pec na vypaľovanie vápna
        - je to valec, ktorý sa otáča a zohrieva. Na jednom konci je vyvýšený, kde sa sypú zložky, z ktorých sa vápno vyrába. Je nutné kontrolovať teplotu a otáčky valca, aby sa vápno správne vypálilo
        - takúto pec riadi človek odhadom
        - zostaviť matematický model by bolo zložité
        - riadi ju človek pomocou produkčných pravidiel typu IF-THEN
    - musí vzniknúť nový návrh popisu sústav, aby sme aj silne nelineárne sústavy vedeli riadiť
    - sústavy sa dajú popísať pomocou produkčných pravidiel
    - vznikol problém, že počítač nevie pracovať s takými pojmami ako veľa, málo, vlhký, mokrý, rýchly a pod.
    - hľadali sa hranice platnosti pojmov
      - príklad vek človeka



        - hranica, či je človek mladý nie je jasná
        - o ľuďoch medzi 20 a 40 rokmi nevieme presne povedať, či sú ešte mladý
        - všetkým ľuďom priradíme stupeň príslušnosti z intervalu $\langle 0,1 \rangle$
        - klasické množiny majú len dva stupne príslušnosti $\{0,1\}$
        - fuzzy množiny majú interval stupňa príslušnosti
        - keďže oblasť je hmlistá, neurčitá, neistá, vágna, niekedy aj nejednoznačná, tak sa takéto množiny nazvali fuzzy množiny
        - slová, ktoré pomenúvajú tieto množiny sú neurčité lingvistické pojmy
  - 20. roky 20. stor.
    - Lukasziewicz (Poliak)
      - koncept viachodnotovej logiky
      - pridával hodnoty iné okrem áno a nie až sa dostal k limitnej hodnote L_∞ , teda mal nekonečný počet pravdivostných hodnôt
  - 30. roky 20. stor.
    - Max Blanck
      - vytvoril koncept teórie fuzzy množín
  - 1965
    - aj psychológovia pri práci s počítačom prišli na problém neurčitých lingvistických pojmov
    - Lotfy Zadeh (univerzita Berkeley)
      - bol bývalým občanom ZSSR
      - národnosti je Iránskej
      - emigroval do USA
      - napísal článok s názvom Fuzzy sets (fuzzy množiny)
      - uviedol aj možnosť použitia
      - písal ho pre psychológov
      - má ťažkých kritikov, najmä matematikov
  - 1974
    - profesor Mamdani
      - je Ind
      - žije vo Veľkej Británii
      - navrhol prvý fuzzy regulátor (riadil parný stroj v laboratóriu)
  - 1976
    - prvá aplikácia v Dánsku
      - pokus riadenia vápennej pece
  - 1. polovica 80. rokov
    - klesla cena mikročipov
    - Japonci začali uvažovať nad využitím čipov v praxi
    - fuzzy pračky – zisťujú silu a typ znečistenia
    - fuzzy holiace strojčeky
  - 1990-1995
    - aplikácie s fuzzy regulátormi
    - nastal veľký boom vo výrobe

- o od polovice 90. rokov
  - výskum sa uberá k hybridným systémom
  - spájanie fuzzy množín a neurónových sietí a pod.
- fuzzy systémy sú prostriedkom subsymbolickej umelej inteligencie, nakoľko modelujú ľudské myslenie, ktoré sa zaoberá spracovaním nepresných a neurčitých informácií
- využitie na prognostiku, riadenie a pod.

Základné pojmy vo fuzzy množinách

- stupeň príslušnosti
  - Grade of Membership
  - označuje sa μ (mí)
  - dolný index označuje názov fuzzy množiny, napríklad: $\mu_{MLADY}(x)$
  - x - prvok univerza X
  - univerzum tvoria všetky prvky množiny
  - definičný obor je podmnožina univerza X , napríklad $d(f) = \langle 0{,}150 \rangle \leq X$
  - stupeň príslušnosti je z intervalu $\langle 0{,}1 \rangle$
  - každý prvok má stupeň príslušnosti, to znamená $(x, \mu_{MLADY}(x))$
- fuzzy množina
  - Fuzzy Set
  - množina usporiadaných dvojíc prvku a stupňa príslušnosti, s ktorým tento prvok do množiny patrí
  - napríklad: $MLADY = \{(x, \mu_{MLADY}(x)); \forall x \in X\}$
  - fuzzy množiny sú zovšeobecnením klasických množín
- funkcia príslušnosti
  - Membership Function
  - analytický zápis fuzzy množiny
  - napríklad: $\mu_{MLADY}(x)$
- lingvistická premenná
  - Linguistic Variable
  - musíme rozlišovať číselnú a lingvistickú premennú
  - napríklad: vek človeka
  - je usporiadaná pätica $(\Gamma, T(\Gamma), U, G, M)$
    - Γ je názov premennej napríklad „vek človeka“
    - $T(\Gamma)$ je term množina, t.j. množina hodnôt lingvistickej premennej napríklad „mladý, stredne starý, starý“
    - U je univerzum
    - G je súbor syntaktických pravidiel, na generovanie nových pojmov, napríklad z pojmov „stredný, starý“ vygenerujeme „stredne starý“
    - M je súbor sémantických pravidiel, t.j. priraďuje ktorá funkcia príslušnosti patrí ktorému termu
- hodnota lingvistickej premennej
  - Value of Linguistic Variable
  - napríklad: mladý, stredne starý, starý

Fuzzy množiny

- definícia: Nech X je univerzum. Nech množina M je definovaná v intervale $\langle 0{,}1 \rangle$, na ktorej je definovaný zväz (aby sme jej vedeli porovnávať prvky medzi sebou). Fuzzy množina je množina usporiadaných dvojíc $(x, \mu_A(x))$, kde $x \in X$ a $\mu_A(x) \in M$ je stupeň príslušnosti, s ktorým patrí tento prvok do tejto množiny. Teda $\mu_A : X \rightarrow M$
- zjednodušený zápis fuzzy množiny je
  - fuzzy množina je usporiadaná trojica $A = (X, M, \mu_A)$ kde
    - X je univerzum
    - M je obor hodnôt s významom stupňa príslušnosti
    - μ_A je funkcia, ktorá zobrazuje X na množinu M
- charakteristické vlastnosti funkcie príslušnosti
  - nosič
    - množina všetkých prvkov, ktoré majú stupeň príslušnosti väčší ako 0

      $Supp_A = \{x \in X, \mu_A(x) > 0\}$
  - α - rez
    - množina všetkých prvkov, ktoré majú stupeň príslušnosti väčšie alebo rovné ako zvolené α

      $A_\alpha = \{x \in X, \mu_A(x) \geq \alpha\}$
  - jadro
    - množina tých prvkov, ktoré majú stupeň príslušnosti 1

      $Ker_A = \{x \in X, \mu_A(x) = 1\}$
  - α - hladina
    - množina prvkov, ktoré majú stupeň príslušnosti rovný zvolenému α

$$A^{\alpha} = \{x \in X, \mu_A(x) = \alpha\}$$

- vrchol
  - ak je jadro jednoprvková množina
- konvexnosť
  - fuzzy množina je konvexná, ak pre každé dva prvky $x, y \in X$ a každé $\tau \in \langle 0,1 \rangle$ platí

$$\mu_A(\tau.x + (1-\tau).y) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y))$$

  - ak má fuzzy množina lokálne minimum, tak nie je konvexná

- spôsoby zápisu fuzzy množín
  - ak je univerzum v diskrétnom tvare
    - ako množina usporiadaných dvojíc

$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \cdots, (x_n, \mu_A(x_n))\}$$
$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1, \mu_A(x_2)/x_2, \cdots, \mu_A(x_n)/x_n\}$$
$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \cdots + \mu_A(x_n)/x_n\}$$

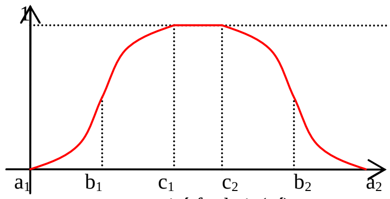
    - sumou

$$A = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i$$

    - grafický zápis
    - tabuľkový zápis
  - ak je univerzum spojité
    - pomocou integrálu

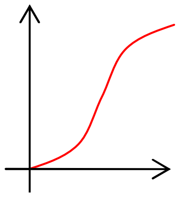
$$A = \int_X \mu_A(x)/x\,dx$$

    - grafický pomocou spojitej funkcie príslušnosti
- základné typy spôsoby konštrukcie funkcie príslušnosti
  - aby sa uľahčil spôsob vyšetrovania, využívame iba obmedzený počet funkcií príslušnosti
  - typy funkcií príslušnosti
    - nelineárne

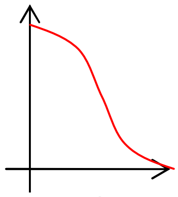


zvonovitá funkcia(pí)

- z nej sa dajú odvodiť takéto funkcie



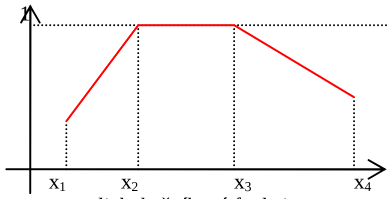
S - plus



S - mínus

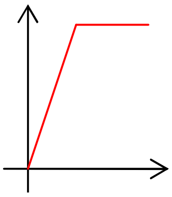
- funkciu môžeme vyjadriť analyticky tak, že si priebeh rozdelíme na viac častí ako je zobrazené na hornom obrázku
  - najčastejšie funkcie používané na popis sú
    - kvadratické
    - exponenciálne
- tieto funkcie sa využívajú preto, lebo sú aspoň z jednej strany ohraničené a pretože sú monotónne (podobne uvažuje človek, teda nelineárne a nepoužíva lokálne extrémy)
- nelineárne funkcie sú vhodnejšie aj z hľadiska stability systémov
- sú však výpočtovo náročnejšie
  - ak systém musí reagovať v reálnom čase používajú sa lineárne funkcie

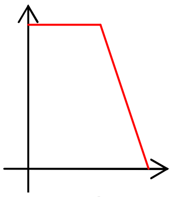
    - lineárne

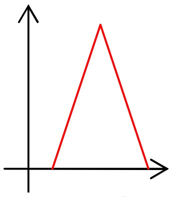


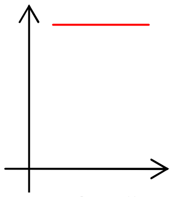
lichobežníková funkcia

- z nej sa dajú odvodiť ďalšie funkcie

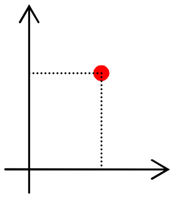

Z - plus


Z - mínus


trojuholník


klasické množiny

- singleton


singleton

- spôsoby získania funkcie príslušnosti
  - subjektívne ohodnocovanie a odvodzovanie
    - najčastejšie používané
    - je závislé od konkrétnych príkladov, ktoré riešime
  - transformácia frekvenčných a štatistických údajov
    - využitie týchto údajov je špecifické ku každému príkladu
  - fyzikálne merania
    - len ak sú veličiny fyzikálne merateľné
  - adaptácia, učenie, ladenie
    - využitie prostriedkov výpočtovej inteligencie (strojové učenie, neurónové siete, genetické algoritmy)

Operácie s fuzzy množinami

- operácie s klasickými množinami
  - zjednotenie
  - prienik
  - doplnok
- operácie s fuzzy množinami
  - komutatívnosť

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

  - asociatívnosť

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

  - idempotentosť

$$A \cup A = A$$
$$A \cap A = A$$

  - distributívnosť

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

  - identita

$$A \cup 0 = A$$
$$A \cap X = A$$

- absorpcia

$$A \cup (A \cap B) = A$$
$$A \cap (A \cup B) = A$$

- de Morganove pravidlá

$$\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$$
$$\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$$

- involúcia

$$\neg\neg A = A$$

- ekvivalencia

$$(\neg A \cup B) \cap (A \cup \neg B) = (\neg A \cap \neg B) \cup (A \cap B)$$

- symetrická diferencia

$$(\neg A \cap B) \cup (A \cap \neg B) = (\neg A \cup \neg B) \cap (A \cup B)$$

- modelovaním prieniku vo fuzzy množinách je t – norma
  - operácia je t – norma, ak spĺňa nasledujúce vlastnosti

$$T(a,b) = T(b,a)$$
$$T(T(a,b),c) = T(a,T(b,c))$$
$$\forall a \le c \wedge \forall b \le d \Rightarrow T(a,b) \le T(c,d)$$
$$T(a,1) = a$$

- modelovaním zjednotenia vo fuzzy množinách je t – conorma
  - operácia je t – conorma, ak spĺňa nasledujúce vlastnosti

$$S(a,b) = S(b,a)$$
$$S(S(a,b),c) = S(a,S(b,c))$$
$$\forall a \le c \wedge \forall b \le d \Rightarrow S(a,b) \ge S(c,d)$$
$$S(a,0) = a$$

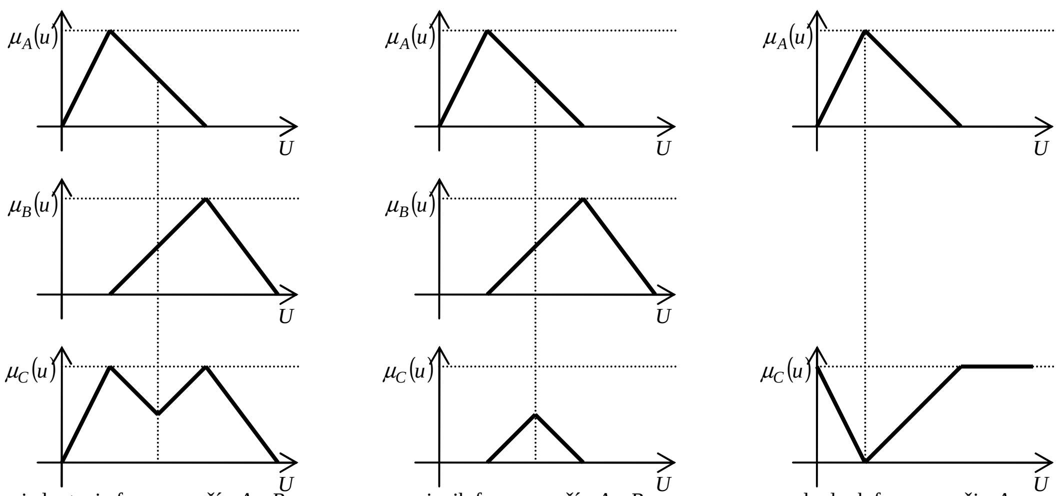
- konjungované t – normy a t – conormy sú také, ak platí

$$T(a,b) = 1 - S(1-a, 1-b)$$

- doplnok vo fuzzy množinách je operácia, ktorá má nasledujúce vlastnosti

$$C(0) = 1$$
$$\forall a < b \Rightarrow C(a) > C(b)$$
$$C(C(a)) = a$$

- príklad



zjednotenie fuzzy množín A a B — prienik fuzzy množín A a B — doplnok fuzzy možiy A

- základné typy t – noriem a t – conoriem
  - konjungované t – normy a t – conormy
    - drastický súčin a drastický súčet

$$T_W(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \begin{cases} \min(\mu_A(x),\mu_B(y)); & \max(\mu_A(x),\mu_B(y)) = 1 \\ 0; & inak \end{cases}$$
$$S_W(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \begin{cases} \max(\mu_A(x),\mu_B(y)); & \min(\mu_A(x),\mu_B(y)) = 0 \\ 1; & inak \end{cases}$$

    - ohraničený rozdiel a ohraničený súčet

$$T_1(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \max(0,\mu_A(x)+\mu_B(x)-1)$$
$$S_1(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \min(1,\mu_A(x)+\mu_B(x))$$

    - Einsteinov súčin a Einsteinov súčet

$$T_{1,5}(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \frac{\mu_A(x).\mu_B(x)}{2-(\mu_A(x)+\mu_B(x)-\mu_A(x).\mu_B(x))}$$
$$S_{1,5}(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \frac{\mu_A(x)+\mu_B(x)}{1+\mu_A(x).\mu_B(x)}$$

    - algebraický súčin a algebraický súčet

$$T_2(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \mu_A(x).\mu_B(x)$$
$$S_2(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \mu_A(x)+\mu_B(x)-\mu_A(x).\mu_B(x)$$

    - Hanacherov súčin a Hanacherov súčet

$$T_{2,5}(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \frac{\mu_A(x).\mu_B(x)}{\mu_A(x)+\mu_B(x)-\mu_A(x).\mu_B(x)}$$
$$S_{2,5}(\mu_A(x),\mu_B(y)) = \frac{\mu_A(x)+\mu_B(x)-2.\mu_A(x).\mu_B(x)}{1-\mu_A(x).\mu_B(x)}$$

    - minimum a maximum

$$T_3(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \min(\mu_A(x),\mu_B(x))$$
$$S_3(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \max(\mu_A(x),\mu_B(x))$$

  - dajú sa definovať sily operácií
    - najprísnejšia t – norma je drastický súčin a najtolerantnejšia je minimová t – norma
    - najprísnejšia t – conorma je maximová a najtolerantnejšia je drastický súčet
- parametrizované t – normy a t – conormy
  - v ich definíciách sa vyskytuje parameter γ
  - väčšinou porušujú jednu vlastnosť t – noriem a t – conoriem (najčastejšie asociatívnosť – nie je jedno poradie skladania)
  - Hanacherov prienik a Hanacherove zjednotenie
  - Yogerov prienik a Yogerove zjednotenie
  - pre rôzne hodnoty γ dostaneme rôzne druhy konjungovaných t – noriem a t – conoriem
  - v technických systémoch sa väčšinou nepoužívajú
  - min – max kombinácia
    - parameter γ udáva, či sa bude jednať o t – normu alebo t – conormu
  - spriemerňovacie operátory
    - fuzzy AND
    - fuzzy OR
    - sú to parametrizované operátory
    - používajú sa častejšie ako ostatné parametrizované t – normy a t – conormy
- pri používaní t – noriem a t – conoriem nám vystáva problém vysokej výpočtovej náročnosti
  - najčastejšie používané t – normy
    - minimová

$$\min(\mu_A(x),\mu_B(x))$$

      - priebeh je menej spojitý
      - používajú sa ak potrebujeme prísnejšie rozdeľovať pravidlá
    - produkt

$$\mu_A(x).\mu_B(x)$$

      - priebeh je spojitejší
      - pravidlá sa dopĺňajú a nepotrebujeme ich separovať

- najčastejšie používané t – conormy
    - maximová

$$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

    - sumácia

$$\mu_A(x) + \mu_B(x)$$

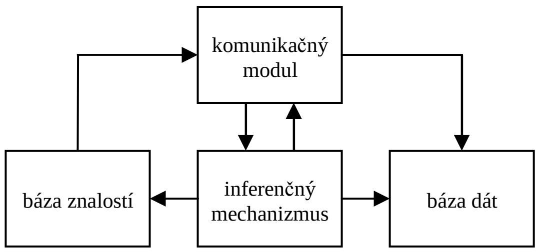
        - používa sa iba niekedy
        - výsledok nemusí byť z intervalu $\langle 0,1 \rangle$

Fuzzy regulátory

- expertné systémy
    - používajú pravidlá typu AK – POTOM

AK <predpoklad> POTOM <dôsledok>
AK x je M A y je B POTOM z je O
x, y, z – namerané hodnoty
M, B, O – slovné hodnoty

    - schéma expertného systému



- fuzzy systém je zovšeobecnením expertného systému
- prípady vhodnosti využitia fuzzy regulácie
    - ak riadená sústava je matematicky ťažko popísateľná alebo veľmi komplikovaná
    - ak je systém silne nelineárny
    - ak je sústava citlivá na prudké zmeny akčného zásahu
    - ak je potrebné meniť dynamiku regulátora t. j. rýchlosť regulácie
        - klasické regulátory majú rovnakú rýchlosť regulácie
        - fuzzy regulácia dovoľuje aby sme menili rýchlosť regulácie
    - ak sa predpokladá, že počas životnosti regulátora sa budú v ňom robiť časté zásahy
        - praktická údržba regulátora
    - ak sa vyžaduje veľká robustnosť riadeného systému
        - aby sa systém vedel vysporiadať s poruchami
- všeobecné označenie hodnôt lingvistických premenných

Anglická značka	Anglický názov	Slovenská značka	Slovenský názov
PB	positive big	KV	kladný veľký
PM	positive medium	KS	kladný stredný
PS	positive small	KM	kladný malý
Z	zero	N	nulový
NS	negative small	ZM	záporný malý
NM	negative medium	ZS	záporný stredný
NB	negative big	ZV	záporný veľký

    - človek viac ako sedem významov nepoužíva
    - väčšinou sa však používajú
        - N, Z, P
        - NL, NS, Z, PS, PL

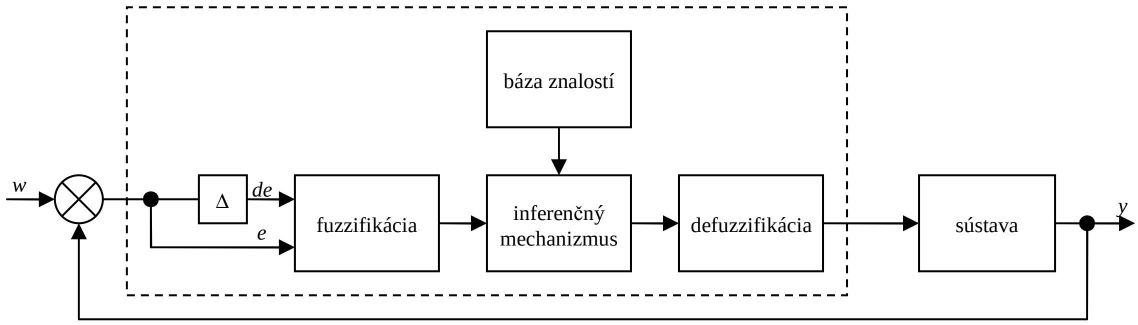
Zloženie fuzzy regulátora

- používa pravidlá typu AK – POTOM

AK x je M A y je B POTOM z je C
x, y, z – fuzzy premenné
M, B, O – hodnoty lingvistických premenných

- typy
    - SISO – single input single output
    - MISO – multiple input single output
    - MIMO – multiple input multiple output
    - najčastejšie sa používajú MISO, t. j. na vstupe majú viac fuzzy premenných a výstup tvorí len jedna

- schéma zapojenia fuzzy regulátora

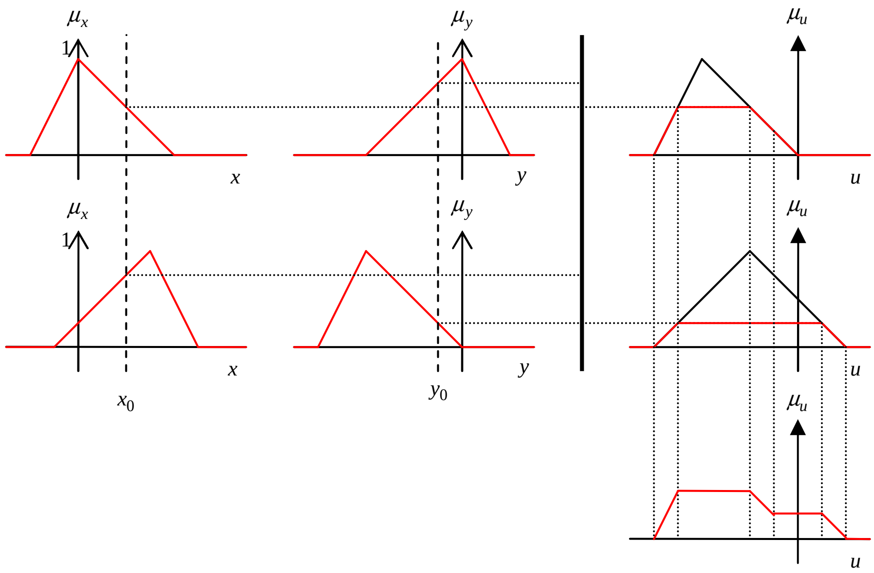


w - požadovaná hodnota
e - chyba
y - výstup

  - fuzzifikácia
    - zmena vstupov (ostrých čísel) na fuzzy množiny, s ktorými budeme pracovať
  - inferenčný mechanizmus
    - vygeneruje fuzzy množiny
  - defuzzifikácia
    - zmena fuzzy množín na ostré čísla
- zjednodušený postup činnosti fuzzy regulátora
  - fuzzifikácia
  - inferencia
  - kompozícia
  - defuzzifikácia
- teória fuzzy množín
  - je všeobecný pojem, ktorý v sebe zahŕňa teoretické aspekty matematiky
  - v princípe sem patrí aj fuzzy logika
- fuzzy logika
  - používa matematické definície a pokúša sa ich aplikovať pre fuzzy množiny
- fuzzy systémy
  - technický pojem
  - problematika implementácie fuzzy množín do technickej praxe
  - fuzzy regulátor je fuzzy systém
- jednoduchý popis práce fuzzy regulátora je zobrazený takto
  - majme 2 vstupy x a y
  - majme bázu znalostí s dvoma pravidlami typu

AK x je A_i A y je B_i POTOM u je C_i

  - postup práce tohto jednoduchého fuzzy regulátora je zobrazený na obrázku



- rozšírený postup fuzzy regulátora
  - predpokladajme že máme pravidlo typu

AK x je LX A y je LY POTOM u je LU

- fuzzifikácia
  - do systému nám vstupujú ostré hodnoty x_0 a y_0
    - z týchto ostrých čísel musíme umelo vytvoriť fuzzy množiny x^* a y^*
    - táto zmena sa najčastejšie robí tak, že sa ostrým číslam priradia singletony
    - táto zmena však nemusí byť vykonaná len pomocou singletonov, ale ostrým číslam sa môže priradiť ľubovoľná funkcia príslušnosti
- zistenie ako odpovedajú fuzzy množina x^* fuzzy množine LX a fuzzy množina y^* fuzzy množine LY
  - výsledkom tohto porovnania sú fuzzy množiny
  - na ich porovnanie použijeme niektorú t – normu, ktorá bude vyjadrovať do akej miery sa zhoduje x^* s fuzzy množinou LX a y^* s fuzzy množinou LY
  - použitú t – normu budeme označovať T_C (compatibility)
  - spočítame kompatibilitu čiastkových vstupov
- vyhodnotenie predpokladov
  - je vyhodnotenie jedného pravidla
  - na vyhodnotenie pravidla použijeme niektorý operátor
    - operátor, ktorý použijeme na vyhodnotenie, závisí od toho akou spojkou sú spájané predpokladové časti pravidiel
      - ak sú spájané spojkou AND použijeme operátor konjunkcie
      - ak sú spájané spojkou OR použijeme operátor disjunkcie
      - spoločné označenie konjunkcie a disjunkcie sa niekedy označuje ako agregácia
    - ak použijeme operátor konjunkcie označujeme T_A
    - ak použijeme operátor disjunkcie označujeme ho S_A
    - ako operátor konjunkcie používame t – normy
    - ako operátor disjunkcie používame t – conormy
  - výsledkom je fuzzy množina
- inferencia
  - rozlišujeme tri typy inferencie
    - v užšom slova zmysle
    - v širšom slova zmysle
    - v najširšom slova zmysle
- inferencia v užšom slova zmysle
  - operácia inferencie sa označuje $\rightarrow$
  - ako operátor inferencie použijeme t – normu, ktorú budeme označovať T_I
  - často sa inferencia zamieňa s implikáciou
    - každá implikácia je inferencia, no nie každá inferencia je implikácia
    - implikátor označujeme $\Rightarrow$
    - implikátor je užší pojem ako inferencia
    - príklad na implikátor a inferenciu

a	b	a⇒b
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

operátor implikácie

a	b	min(a,b)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

operátor inferencie

  - operátory inferencie môžeme rozdeliť na viac typov
    - operátory vychádzajúce z klasickej definície implikácie
      - platí vzťah

$$(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \vee b)$$

    - operátory vychádzajúce z kvantovej logiky
      - platí vzťah

$$(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee \neg a$$

    - operátory vychádzajúce z operácie konjunkcie
      - min, produkt
      - všetky sú realizované pomocou t – noriem
  - vznikne nám orezaná fuzzy množina (clipped)
  - takto vyhodnotíme všetky pravidlá a dostaneme čiastkové pravidlá
- inferencia v širšom slova zmysle
  - obsahuje
    - zistenie zhodnosti fuzzy množín x^* a LX respektívne y^* a LY
    - vyhodnotenie predpokladov
    - inferenciu v užšom slova zmysle
- akumulácie

        - niekedy sa označuje aj ako kompozícia, čo je však nesprávne označenie
        - ak sú predpokladové časti pravidiel spojené spojkou AND použijeme na spojenie výstupov jednotlivých pravidiel t - conormu S_A
        - ak sú predpokladové časti pravidiel spojené spojkou OR použijeme na spojenie výstupov jednotlivých pravidiel t - normu T_A
        - dostaneme výsledok výpočtu fuzzy regulátora ako fuzzy množinu
    - inferencia v najširšom slova zmysle
        - obsahuje
            - inferencia v širšom slova zmysle
            - akumulácia
    - defuzzifikácia
        - zmena výslednej fuzzy množiny na ostré číslo, ktoré by ju reprezentovalo
        - existuje mnoho defuzzifikačných metód
    - báza znalostí teda musí obsahovať
        - produkčné pravidlá
        - špeciálne vstupy T_C, T_A, T_I, S_A , defuzzifikačný model, prípadne normalizačné koeficienty
            - väčšina fuzzy systémov používa túto schému
            - niekedy však báza znalostí obsahuje aj váhy pravidiel
                - realizuje sa tak, že normalizujeme stupne príslušnosti váhou w_i

$$\forall u : \mu_{LU_w}(u) = \mu_{LU}(u).w_i$$

$\mu_{LU_w}(u)$ - stupeň príslušnosti váhovanej fuzzy množiny

$\mu_{LU}(u)$ - stupeň príslušnosti neváhovanej fuzzy množiny

                - váhovanie nastáva ešte pred defuzzifikáciou
                    - z hľadiska reprezentácie znalostí je lepšie oddeliť korektnosť (nakoľko mu dôverujem) od deformovaných funkcií príslušnosti váhovaním
                    - po váhovaní nemusí fuzzy množina odrážať realitu

Fuzzifikácia

- prvá fáza výpočtového cyklu
- môže mať dva významy
    - vlastná fuzzifikácia
        - priradenie stupňa príslušnosti danej hodnote
        - z ostrej hodnoty dostanem fuzzy hodnotu
    - normalizácia
        - zaradená pred vlastnú fuzzifikáciu
        - predspracovanie signálu
        - zodpovedá koeficientu zoslabenia alebo zosilnenia
        - vstupné hodnoty e a Δe vynásobíme normalizačnými hodnotami (scaling factor)
        - všetky vstupné hodnoty sú normalizované do nejakého intervalu

$$e_N = N_e.e$$

e - chyba regulácie

e_N - normalizovaná chyba regulácie

N_e - normalizačný koeficient pre chybu regulácie

$$\Delta e_N = N_{\Delta e}.\Delta e$$

Δe - zmena chyby regulácie

Δe_N - normalizovaná zmena chyby regulácie

$N_{\Delta e}$ - normalizačný koeficient pre zmenu chyby regulácie

        - všetky hodnoty ($e_N, \Delta e_N, y_N$) sú z normalizovaného intervalu
        - normalizujú sa fuzzy množiny x^* a y^* a vzniknú nám hodnoty x_n^* a y_n^*
        - ak $N_e > 1 \Rightarrow |x_n^*| > |x^*|$
        - ak $N_e < 1 \Rightarrow |x_n^*| < |x^*|$
        - bod x^* sa bude pohybovať po univerze
            - môžu sa odpáliť iné pravidlá a to môže viesť k zmene robustnosti
        - mohli by sme prepočítať všetky hodnoty na interval
            - ak $N_e > 1$ tak sa funkcie príslušnosti roztiahnú
            - ak $N_e < 1$ tak sa funkcie príslušnosti zúžia
            - nemá to vplyv lebo

$$\mu(x^*) = \mu_n(x_n^*)$$

        - spätná normalizácia
            - prepis späť na fyzikálne hodnoty

Inferencia

- v najširšom zmysle slova
- dva typy inferencie
    - inferencia podľa pravidiel
        - znalosti sú zapísané v tvare pravidiel
        - označujeme

$$\text{IF } x_1 \text{ je } LX_1^k \text{ AND } x_2 \text{ je } LX_2^k \text{ AND} \cdots\ x_n \text{ je } LX_n^k \text{ THEN } u \text{ je } LU^k$$

$LX_1^k, LX_2^k, \cdots, LX_n^k, LU^k$ - funkcie príslušnosti

k - číslo konkrétneho pravidla

- kompozičná inferencia
    - používa sa zápis vo fuzzy reláciách
    - pracuje sa naraz s celou fuzzy reláciou
    - výsledkom je akčný zásah na celú bázu pravidiel
    - fáza akumulácie tu teda nie je opodstatnená
- typy operátorov inferencie
    - Kleene – Diensenov

$$\mu_{(A\to B)_b}(x,y) = \max(1-\mu_A(x), \mu_B(y))$$

- Lukasiewiczov

$$\mu_{(A\to B)_a}(x,y) = \min(1, 1-\mu_A(x)+\mu_B(y))$$

- Zadehov

$$\mu_{(A\to B)_m}(x,y) = \max(\min(1, 1-\mu_A(x)+\mu_B(x)), 1-\mu_A(x))$$

- stochastický

$$\mu_{(A\to B)_*}(x,y) = \min(1, 1-\mu_A(x)) + \mu_A(x)\mu_B(y)$$

- Goguenov

$$\mu_{(A\to B)_\Delta}(x,y) = \min\left(1, \frac{\mu_A(x)}{\mu_B(y)}\right)$$

- Gödelov

$$\mu_{(A\to B)_g}(x,y) = \begin{cases} 1; & \mu_A(x) \le \mu_B(y) \\ \mu_B(y); & inak \end{cases}$$

- ostrý

$$\mu_{(A\to B)_s}(x,y) = \begin{cases} 1; & \mu_A(x) \le \mu_B(y) \\ 0; & inak \end{cases}$$

- všeobecný

$$\mu_{(A\to B)_{\alpha\beta}}(x,y) = \min\left(\left(\mu_A(x) \overset{\alpha}{\Rightarrow} \mu_B(y)\right), \left((1-\mu_A(x)) \overset{\beta}{\Rightarrow} (1-\mu_B(y))\right)\right)$$

$\overset{\alpha}{\Rightarrow}, \overset{\beta}{\Rightarrow}$ - Gödelové alebo ostré implikátory

- Mamdaniho
    - minimový operátor

$$\mu_{(A\to B)_c}(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Akumulácia

- využíva sa iba v rámci inferencie podľa pravidiel
- samotné pravidlá sa medzi sebou môžu spájať dvomi spôsobmi
- spojkou OR
    - použijeme t – conormu $LU = S\left(S\left(\cdots S\left(S\left(LU_C^1, LU_C^2\right), LU_C^3\right)\cdots, LU_C^{n-1}\right), LU_C^n\right)$
- spojkou AND

- o použijeme t – normu $LU = T\left(T\left(\cdots T\left(T\left(LU_C^1, LU_C^2\right), LU_C^3\right)\cdots, LU_C^{n-1}\right), LU_C^n\right)$
- konjunktívny kanonický zápis
  - predpokladové časti pravidiel sú spojené spojkou AND
  - samotné pravidlá sú spájané spojkou OR
- disjunktívny kanonický zápis
  - predpokladové časti pravidiel sú spojené spojkou OR
  - samotné pravidlá sú spájané spojkou AND
- je možný prepis z jednej formy zápisu do druhej
- častejšie sa používa konjunktívny kanonický zápis
- metóda piatich najbližších susedov
  - je to akumulačná metóda
  - využíva teóriu relácie podobností
  - operácie s fuzzy množinami dávajú výsledok fuzzy množinu
  - relácia podobnosti (Similarity Relation)
    - narába tiež s fuzzy množinami
    - výsledkom je ostré číslo, ktoré sa nazýva index podobnosti (Similarity Index)
    - relácie podobnosti nie sú t – normy (aj keď sa tak javia), lebo nevracajú fuzzy množinu
  - index podobnosti hovorí o tom, do akej miery sa fuzzy množiny prekrývajú
  - čím sa fuzzy množiny prekrývajú viac, tým je index väčší
  - čím sa fuzzy množiny prekrývajú menej, tým je index menší
  - index podobnosti je z intervalu $\langle 0,1 \rangle$
    - 0 – fuzzy množiny sa neprekrývajú
    - 1 – fuzzy množiny sú identické
  - majme n vstupov

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ d_1^k & d_2^k & \cdots & d_n^k \Rightarrow d_k = f\left(d_1^k, d_2^k, \cdots, d_n^k\right) \\ \uparrow & \uparrow & & \uparrow \\ LX_1^k & LX_2^k & \cdots & LX_n^k \end{array}$$

$d_1^k, d_2^k, \cdots, d_n^k$ - indexy podobnosti

  - vypočítame absolútne váhy

$$w_{abs_i} = \frac{d_{\max} - d_i}{d_{\max}}$$

  - vypočítame relatívne váhy

$$w_{rel_i} = \frac{w_{abs_i}}{\sum_{i=1}^{5} w_{abs_i}}$$

  - v skutočnosti nie je fuzzifikácia dosadenie ostrého čísla do fuzzy množiny
    - fuzzifikácia je priradenie fuzzy množiny ostrému číslu
      - najčastejšie sa priraďuje singleton, ale môže sa priradiť aj iná hodnota
  - vypočítavame index podobnosti medzi x_i a lingvistickou premennou
  - index podobnosti zodpovedá sile pravidla

$$d_k \approx \alpha_k$$

index podobnosti je z intervalu $\langle 0,1 \rangle$

sila pravidla je z intervalu $\langle 1,0 \rangle$

  - odpálenie pravidla
    - pravidlo odpálime vtedy, ak $\alpha > 0.0$
    - nie všetky pravidlá, ktoré sú väčšie ako 0.0 je potrebné odpaľovať
    - vyberáme do odpálenia len pravidlá s najvyšším α
      - vybratie 5 pravidiel, s najvyšším indexom podobnosti sa ukazuje ako najlepšie

$$\mu_{reg\_out} = \sum_{k=1}^{5} w_{rel_k} \cdot \mu_{out\_prav_k}$$

    - metóda sa dá použiť aj keď budeme používať sily pravidiel

Defuzzifikácia

- proces získania charakteristickej hodnoty z výslednej fuzzy množiny, ktorá by ju najlepšie popisovala
- získavame prvok z univerza
- je mnoho metód defuzzifikácie
- základné delenie metód defuzzifikácie

- metódy s využitím ťažísk
- metódy s využitím maxím

- metóda ťažiska (centroidu)
  - v integrálnom tvare

$$u^* = \frac{\int_U u\mu_U(u)du}{\int_U \mu_U(u)du}$$

u - hodnoty z univerza

$\mu_U(u)$ - hodnota funkcie príslušnosti výslednej fuzzy množiny v bode u

  - v diskrétnom tvare

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{l} u_i \mu_U(u)}{\sum_{i=1}^{l} \mu_U(u)}$$

l - počet diskrétnych hodnôt

  - metóda s využitím ťažísk
  - je to stredná hodnota všetkých stupňov príslušnosti s $\mu_U(u) > 0$
  - všetky ostatné metódy sú od nej odvodené
  - nevýhody
    - výpočtová náročnosť (asi 50% času spracovania)
    - nezohľadňujú prekrývanie fuzzy množín

- metóda priemerného súčtu
  - v integrálnom tvare

$$u^* = \frac{\int_U u \sum_{k=1}^{m} \mu_{U_C^k}(u)du}{\int_U \sum_{k=1}^{m} \mu_{U_C^k}(u)du}$$

m - počet čiastkových fuzzy množín na výstupe

  - v diskrétnom tvare

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{l} u_i \sum_{k=1}^{m} \mu_{U_C^k}(u_i)}{\sum_{i=1}^{l} \sum_{k=1}^{m} \mu_{U_C^k}(u_i)}$$

  - metóda s využitím ťažísk
  - je najviac používaná
  - výhody
    - nemusíme robiť akumuláciu, pretože počítame priamo s čiastkovými výstupnými fuzzy množinami
    - tým je zabezpečená aj úspora času
    - táto metóda berie do úvahy aj prekrytia fuzzy množín, a tým je najbližšia k ľudskému uvažovaniu
  - nevýhody
    - ťažisko sa môže vyskytnúť v lokálnom minime

- metóda ťažiska najväčšieho priestoru
  - metóda s využitím ťažísk
  - používa sa v prípade ak na výstupe dostaneme nekonvexné fuzzy množiny
  - výslednú fuzzy množinu rozdelíme podľa lokálnych miním
  - vyberieme tú fuzzy množinu, ktorá má najväčší obsah
  - na vybratú fuzzy množinu použijeme metódu ťažiska, alebo priemerného súčtu

- metóda stupňov alebo výšok
  - v diskrétnom tvare

$$u^* = \frac{\sum_{k=1}^{m} u_k \mu_{U_C^k}(u_k)}{\sum_{k=1}^{m} \mu_{U_C^k}(u_k)}$$

  - metóda s využitím maxím
  - je analytická k metóde priemerného súčtu
  - zistí maximá čiastočných fuzzy množín a spraví z nich vážený priemer
  - výhoda
    - odpadá akumulácia
    - úspora času

- metóda prvého maxima
  - metóda s využitím maxím
  - používa sa ak dostaneme na výstupe fuzzy množinu s intervalom maximálnych hodnôt
  - na výstup dáva prvý bod v ktorom nájde maximum
- metóda posledného maxima
  - metóda s využitím maxím
  - používa sa ak dostaneme na výstupe fuzzy množinu s intervalom maximálnych hodnôt
  - na výstup dáva posledný bod v ktorom nájde maximum
- metóda stredného maxima
  - metóda s využitím maxím
  - používa sa ak dostaneme na výstupe fuzzy množinu s intervalom maximálnych hodnôt
  - na výstup dáva strednú hodnotu maximálnych hodnôt
- využitie metód
  - najkorektnejšie metódy sú z ľudského hľadiska metódy s využitím ťažísk
  - metódy maxím sú rýchle, ale ignorujú tvar fuzzy množiny a tým majú vplyv aj na robustnosť systému
  - vždy sa snažíme použiť metódu priemerného súčtu
  - ak je potrebná rýchla odozva, tak použijeme metódu s využitím maxím
  - metóda prvého maxima sa používa ak je sústava veľmi citlivá
  - metóda posledného maxima sa využíva, ak sú systémy dostatočne robustné a stabilné, ale potrebujeme veľmi rýchly zásah
  - všetky tieto metódy musíme hodnotiť vzhľadom na systém
- kritériá na porovnanie defuzzifikačných metód
  - pomáhajú pri výbere defuzzifikačnej metódy
  - používa dve metódy vyhodnocovania
    - ostré hodnoty (či je vhodné danú metódu použiť alebo nie)
    - fuzzy hodnoty (nakoľko je vhodné danú metódu použiť)
  - má päť kritérií
    - kritérium spojitosti (Continuity)
      - patrí k fuzzy kritériám
      - musíme brať do úvahy defuzzifikáciu a aj bázu znalostí
      - pre malé odchýlky *e* a *de* musí platiť

$$|e_1 - e_2| < \delta \wedge |de_1 - de_2| < \delta \Rightarrow |u(k) - u(k+1)| < \varepsilon$$

δ, ε - nami stanovené čísla

      - teda pri malých zmenách vstupu je aj malá zmena výstupu

$$\overline{X} = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$$

$$\forall x_i \in \overline{X} : \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} (x_i(k) - x_i(k+1)) < \delta \Rightarrow |u(k) - u(k+1)| < \varepsilon$$

      - hovorí o tom, či bude systém stabilný
    - metóda jednoznačnosti (disambiguity)
      - patrí k ostrým kritériám
      - skúma, či neexistuje taký stav (tvar funkcie príslušnosti fuzzy množiny na výstupe), že metóda nebude vedieť nájsť výsledok
      - metóda ťažiska najväčšieho priestoru, ak priestory majú rovnakú oblasť
    - kritérium prijateľnosti respektívne prípustnosti (plausibility)
      - patrí k fuzzy kritériám
      - výsledok z defuzzifikácie musí byť hodnoverný
      - výsledok musí byť uprostred nosiča a musí mať vysoký stupeň príslušnosti
      - metódy s využitím maxím väčšinou nespĺňajú kritérium, aby výsledok bol uprostred fuzzy množiny
    - výpočtová náročnosť
      - patrí k fuzzy kritériám
      - či je metóda náročná na výpočet
    - „váhovanie" (weight counting)
      - patrí k ostrým kritériám
      - ide o schopnosť brať do úvahy prekrytia
  - zjednodušený prístup ku kritériám

	metódy					
	ťažiska	priemrného súčtu	ťažiska najväčšieho priestoru	výšok	prvého a posledného maxima	stredného maxima
spojitosť	áno	áno	nie	áno	nie	nie
jednoznačnosť	áno	áno	nie	áno	áno	áno
prípustnosť	áno	áno	áno	áno	nie	nie
výpočtová zložitosť	vysoká	nízka	vysoká	nízka	nízka	nízka
"váhovanie"	nie	áno	nie	áno	nie	nie

Typy fuzzy regulátorov

- Mamdaniho regulátor
  - konvenčný regulátor
    - nie je schopný samonastavenia
  - je ich niekoľko druhov
  - patria sem tzv. fuzzy P, PI, PD a PID regulátory
  - fuzzy regulátory pre kĺzavú reguláciu
- Sugenov regulátor
  - konvenčný regulátor
    - nie je schopný samonastavenia
  - nazýva sa aj Takagi – Sugeno – Kandov regulátor (TSK)
  - vznikol úpravou Mamdaniho regulátora
  - rozlišujeme nelineárne a lineárne TSK regulátory
- adaptívny fuzzy regulátor
  - je to široká trieda fuzzy regulátorov
  - sú schopné sa aspoň čiastočne sami nastavovať
- špeciálne fuzzy regulátory
  - nepatria ani do jednej skupiny
  - veľmi sa neuplatnili
  - Mac Vicar – Whelanov regulátor

Mamdaniho regulátor

- vznikol v roku 1974
- vyvinul ho profesor Mamdani
- odskúšaný bol na laboratórnom parnom stroji
- operátor inferencie v širšom slova zmysle
  - min

$$T_M(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \min(\mu_A(x),\mu_B(x))$$

  - product

$$T_P(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \mu_A(x).\mu_B(x)$$

  - softmin

$$T_{SM}(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \frac{\mu_A(x)e^{-k\mu_A(x)} + \mu_B(x)e^{-k\mu_B(x)}}{e^{-k\mu_A(x)} + e^{-k\mu_B(x)}}$$

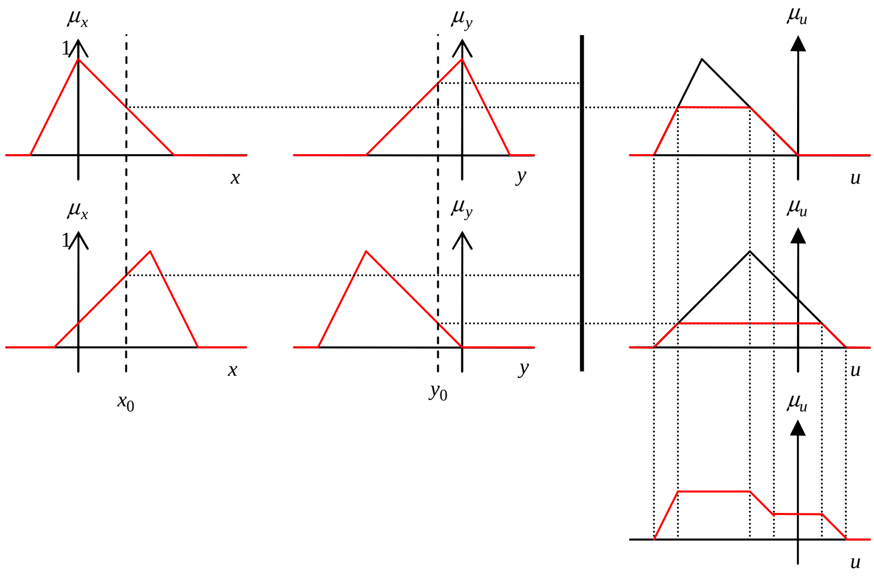
    - vieme si nastaviť prísnosť inferencie
- operátor akumulácie
  - max

$$S_M(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \max(\mu_A(x),\mu_B(x))$$

    - využíva sa častejšie
  - sum

$$S_S(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \mu_A(x) + \mu_B(x)$$

    - vyžaduje normalizovanie funkcie príslušnosti
- inferencia v najširšom slova zmysle
  - najčastejšie sa využívajú kombinácie
    - min – max
    - product – max
- postup práce Mamdaniho regulátora



- fuzzifikácia
  - pomocou singletonov
- operátor kompatibility T_C
  - min
- operátor akumulácie S_A
  - max
- operátor inferencie v užšom slova zmysle T_I
  - min

- min – max regulátor
  - regulácia je extremálna
    - berú sa do úvahy maximálne hodnoty
  - regulácia je trhavá
  - používa sa na čo najrýchlejšie uregulovanie
- product – max regulátor
  - prechodový dej trvá dlhšie
  - regulácia je plynulejšia, bez lokálnych miním
  - je komplementárny k min – max regulátoru

Fuzzy P, PI, PD a PID regulátor

- patria do Mamdaniho regulátorov
- klasické riadenie
  - regulátory majú tri zložky
    - zložku P – proporcionálna zložka
    - zložku I – integračná zložka
    - zložku D – derivačná zložka
  - každý regulátor sa dá rozpísať pomocou týchto zložiek
    - môžu teda vzniknúť
      - P regulátor
      - PI regulátor
      - PD regulátor
      - PID regulátor
      - DI regulátor nemá veľký význam
  - P zložka
    - reprezentuje zosilnenie
  - I zložka
    - dochádza k integrácii vstupného signálu
    - slúži na odstránenie trvalej regulačnej odchýlky
  - D zložka
    - dochádza k derivácii vstupného signálu
    - slúži na nastavenie rýchlosti prechodového deja
  - pomocou PID regulátora vieme nastaviť všetky tri zložky
  - lineárny regulátor
    - využíva sa na riadenie lineárnych sústav
    - lineárne sústavy v prírode takmer neexistujú
      - preto využívame zjednodušené modely systémov
      - snaha o linearizáciu
    - často na riadenie postačujú
- fuzzy P regulátor
  - obrazový prenos

$$F_P(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_1$$

$$u(s) = K_1 e(s)$$

- v časovej oblasti

$$u(t) = K_1 e(t)$$

- štruktúra pravidla
  - je to SISO systém

AK e je M POTOM u je O

- fuzzy PI regulátor
  - obrazový prenos

$$F_{PI}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_1 + \frac{K_2}{s}$$
$$u(s)s = K_1 e(s)s + K_2 e(s)$$

  - v časovej oblasti

$$\Delta u(t) = K_1 \Delta e(t) + K_2 e(t)$$

  - štruktúra pravidla
    - je to MISO systém

AK e je M A Δe je B POTOM Δu je O

- fuzzy PD regulátor
  - obrazový prenos

$$F_{PD}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_1 + K_3 s$$
$$u(s) = K_1 e(s) + K_3 e(s)s$$

  - v časovej oblasti

$$u(t) = K_1 e(t) + K_3 \Delta e(t)$$

  - štruktúra pravidla
    - je to MISO systém

AK e je M A Δe je B POTOM u je O

- fuzzy PID regulátor
  - obrazový prenos

$$F_{PID}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 s$$

  - v časovej oblasti

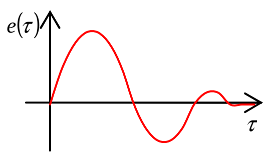
$$u(t) = K_1 e(t) + K_2 \int_0^t e(\tau)d\tau + K_3 \Delta e(t)$$

$\int_0^t e(\tau)d\tau$ je chybový integrál a vypočítava plochu pod chybovou funkciou

  - štruktúra pravidla
    - je to MISO systém

AK e je M A Δe je B A de je P POTOM u je O

  - v klasickom riadení je to najlepší regulátor
  - vo fuzzy riadení je to najproblematickejší regulátor
    - chybová funkcia môže mať priebeh



$$e = 0 \text{ ale } \Delta e \neq 0$$

- nevieme odhadnúť aké bude Δe
- chyba pri regulácii môže oscilovať
- na regulovanie budeme potrebovať dlhší čas
- riešenie
  - vynechanie člena de je P zo štruktúry pravidla čím však dostávame PD regulátor

- fuzzy regulátory sú vo svojej podstate nelineárne systémy (vzhľadom na použitie fuzzy množín)
- regulátory typu P, PI a PD sa používajú na riadenie lineárnych alebo málo nelineárnych systémov

Takagi – Sugenov regulátor

- vznikol v roku 1983
- vynašiel Takagi
- vytvoril Sugeno
- vylepšil Kand
- odpadá potreba defuzzifikácie na rozdiel od Mamdaniho regulátora
  - dôvod je v štruktúre pravidiel

$$\begin{aligned}
&\text{AK } x_1 \text{ je } LX_1^1 \text{ A } x_2 \text{ je } LX_2^1 \text{ A} \cdots \text{A } x_n \text{ je } LX_n^1 \text{ POTOM } u_1^* = f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n)\\
&\text{AK } x_1 \text{ je } LX_1^2 \text{ A } x_2 \text{ je } LX_2^2 \text{ A} \cdots \text{A } x_n \text{ je } LX_n^2 \text{ POTOM } u_2^* = f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n)\\
&\qquad\vdots\\
&\text{AK } x_1 \text{ je } LX_1^m \text{ A } x_2 \text{ je } LX_2^m \text{ A} \cdots \text{A } x_n \text{ je } LX_n^m \text{ POTOM } u_m^* = f_m(x_1, x_2, \cdots, x_n)
\end{aligned}$$

  - výstupom z pravidiel sú ostré čísla
- akumulácia

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_i^*}{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i}$$

- pri takomto type pravidiel minimalizujeme výpočtovú náročnosť
  - odpadá defuzzifikácia
  - akumulácia (výpočet váženého priemeru) je jednoduchá
- operátor inferencie
  - min

$$T_M(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

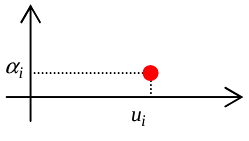
  - softmin

$$T_{SM}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \frac{\mu_A(x) e^{-k\mu_A(x)} + \mu_B(x) e^{-k\mu_B(x)}}{e^{-k\mu_A(x)} + e^{-k\mu_B(x)}}$$

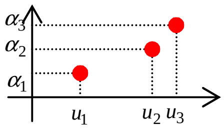
  - product

$$T_P(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) . \mu_B(x)$$

- sú dva základné motívy použitia Takagi – Sugenovho regulátora
  - odpadá problém presnosti popisu sústavy
  - jednoduchá a rýchla regulácia
- väčšina fuzzy regulátorov sú Takagi – Sugenove regulátory
- Mamdaniho regulátor sa používa na riadenie zložitejších systémov
- súvislosť s Mamdaniho regulátorom
  - ekvivalencia Takagi – Sugenovho a Mamdaniho regulátora
    - u^* môže byť rôznou funkciou
    - u^* bude konštantná funkcia
    - výstup teda bude popísaný pomocou singletonu
    - potom inferencia Mamdaniho regulátora je



    - akumulácia Mamdaniho regulátora bude



$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_i}{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i}$$

        - teda ak
            - operátory kompatibility, akumulácie a inferencie v užšom slova zmysle sú operátory min
            - výstupy sú singletony
            - defuzzifikácia je metóda ťažiska
            - potom z toho vidíme, že Mamdaniho regulátor je ekvivalentný s Takagi – Sugenovým regulátorom

- nelinearita Takagi – Sugenovho regulátora
    - predpokladajme, že f_i sú lineárne, teda medzi nimi platí lineárna závislosť
        - $x_1, x_2, \cdots, x_n$ - vstupy
        - $c_1, c_2, \cdots, c_n$ - konštanty
    - potom musí platiť

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} (c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n) \mu_i}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i}$$

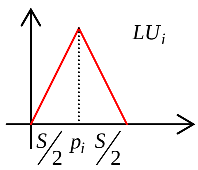
$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_1 \mu_i}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i} x_1 + \frac{\sum_{i=1}^{m} c_2 \mu_i}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i} x_2 + \cdots + \frac{\sum_{i=1}^{m} c_n \mu_i}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i} x_n$$

$$u^* = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n$$

    - z toho vyplýva, že výstup by mal byť lineárnou kombináciou vstupov
        - to je však v rozpore s tým, že fuzzy regulátor je nelineárny regulátor
        - tento regulátor je lineárny, ale s premenlivými parametrami
        - nelinearita je teda v parametroch fuzzy regulátora
        - ak x_i sú jednotlivé derivácie vstupu x ($x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \cdots, x^{(n)}$), tak dostaneme lineárny filter s premenlivými parametrami
        - fuzzy regulátor je nelineárny, lebo funkcia min je nelineárna

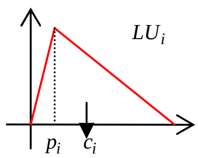
- niekedy sa dá urobiť prechod z Mamdaniho regulátora do Takagi - Sugenovho
    - dá sa urobiť iba vtedy, ak je funkcia príslušnosti na výstupe lineárna alebo málo nelineárna
    - Mamdaniho regulátor má na výstupe fuzzy množiny
    - potrebujeme fuzzy množinu prepísať na číslo pre výstup Takagi – Sugenovho regulátora
    - ak fuzzy množina popisujúca tvar je symetrická a konvexná, tak môžeme uvažovať, že

$$f_i = const = p_i$$



    - ak fuzzy množina nebude symetrická

$$f_i = \frac{p_i + c_i}{2}$$

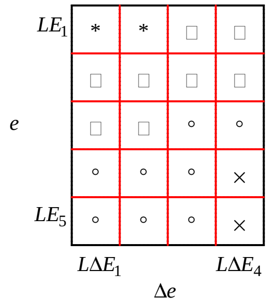


    - prepis nám poskytuje len základný stav pre návrh Takagi – Sugenovho regulátora

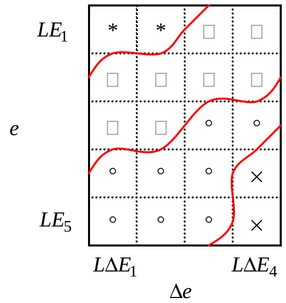
- Takagi – Sugenov regulátor musíme ešte doladiť

Adaptívne fuzzy regulátory

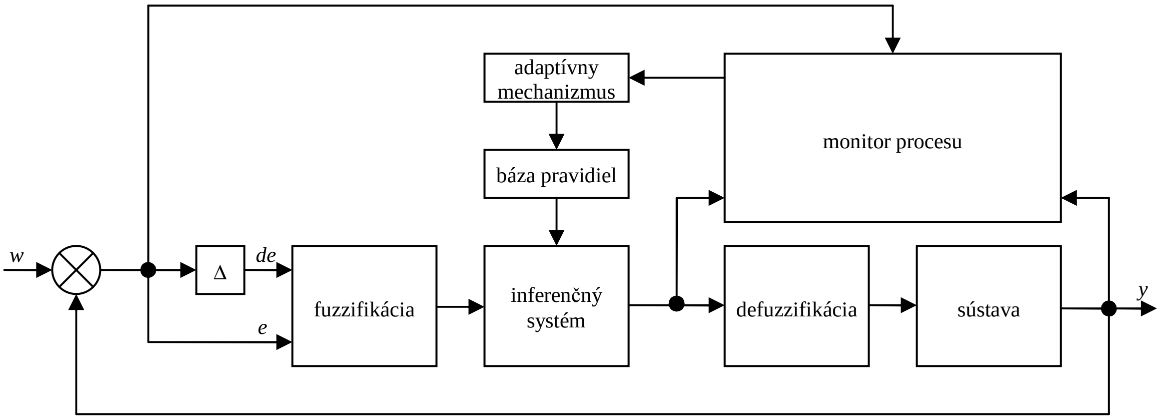
- Mac Vicar – Whelanov regulátor
- klasický regulátor predpokladá rozdelenie mriežky pravidiel do štvorcov



  - v každom štvorci sa nachádza výstup z fuzzy regulátora
  - lingvistické premenné vytínajú určité oblasti
- adaptívny fuzzy regulátor nerozdeľuje túto mriežku do pravouhlých oblastí
  - rozdeľuje mriežku na iné oblasti



  - oblasť použitia je zatiaľ nepreskúmaná
- zjednodušená schéma adaptívneho fuzzy regulátora



- adaptívny znamená samoučiaci sa, samoladiaci sa
- sú to regulátory, ktoré okrem apätnoväzobného zapojenia majú nadstavbu, ktorá sa snaží automaticky získavať hodnoty bázy znalostí
- má schopnosť prispôsobiť sa meniacim podmienkam
- snaha o zostavenie učiaceho algoritmu, bez absencii modelu
- samoučenie sa
  - self learning
  - je všeobecnejší
  - môže meniť štruktúru bázy znalostí
- samoladenie sa
  - užšia forma samoučenia sa
  - nastavuje niektoré parametre, ale nesiaha do bázy znalostí
  - sú jednoduchšie ako samoučiace sa
  - najčastejšie sa využívajú princípy
    - neurónových sietí
    - gradientových metód
    - genetických algoritmov

self tuning

self learning

- jadrom adaptívnych fuzzy regulátorov je monitor procesu
  - podľa neho ich delíme
    - monitorovanie výkonnosti regulovaného procesu
      - zistíme akou mierou regulátor správne reguluje
      - adaptačný mechanizmus zmení bázu znalostí podľa miery vhodnosti
      - sú výkonnejšie, lebo minimalizovaním kritérií riadenia minimalizujeme chybu regulácie
    - monitor estimácie parametrov
      - obsahuje v sebe model sústavy
      - adaptívny model prekonvertuje model sústavy do prostredia

$$F_S = f(u) \qquad F_e = g(e) = g(w, y) = g(y)$$

$$f \approx g^{-1} \qquad g \approx f^{-1}$$

      - monitor vytvorí vlastne funkciu f
      - inverziou zmeníme funkciu na funkciu g
  - delenie podľa druhu modifikácii parametrov v báze znalostí
    - normalizačné koeficienty
    - funkcie príslušnosti
    - pravidlá
  - základné delenie
    - samoladiace algoritmy
      - modifikujú normalizačné koeficienty
      - modifikujú funkcie príslušnosti
      - nemenia štruktúru pravidiel
    - samoučiace sa algoritmy
      - menia aj bázu pravidiel
      - zatiaľ je málo regulátorov tohto typu
- možnosť využitia
  - oblasti, kde nie je k dispozícii expert, ktorý by napísal bázu pravidiel
  - pri automatizácii návrhu fuzzy regulátora
  - systémy, ktoré menia svoje parametre

Návrh klasických regulátorov

- stabilita systému
  - možno vyšetrovať z dvoch hľadísk
    - stabilita sústavy, ktorú chceme regulovať
    - stabilita celého systému
  - chceme aby regulačná chyba konvergovala k nule
  - každý dej v dynamických sústavách je prechodový
    - skladá sa z
      - ustálenej zložky
      - prechodovej zložky
  - prechodová zložka po čase konverguje k nule
  - nutnou ale nepostačujúcou podmienkou stability systému je, aby sústava, ktorú regulujeme bola stabilná
- obrazový prenos
  - definuje sa ako pomer vstupu do sústavy a výstupu zo sústavy v Laplaceovom prenose

$$F(s) = \frac{V(s)}{U(s)}$$

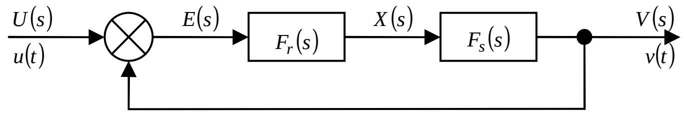
$V(s)$ - vstup do systému

$U(s)$ - výstup zo systému

  - väčšinou sa udáva v tvare podielu polynómov
  - prepis do časovej oblasti

$$v(t) = K_i e^{p_i t} + \cdots$$

  - ak aspoň jedno $p_i > 0$, potom je sústava nestabilná
  - ak sú všetky $p_i \leq 0$, potom je sústava stabilná
- uzavretý obvod so spätnou väzbou



  - potom platí

$$\left.\begin{aligned} V(s) &= F_s(s)X(s) \\ X(s) &= F_r(s)E(s) \\ E(s) &= U(s)-V(s) \end{aligned}\right\} V(s) = F_s(s)F_r(s)\left(U(s)-V(s)\right)$$

$$V(s) = \left(1+F_s(s)F_r(s)\right) = F_s(s)F_r(s)U(s)$$

$$F(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{F_s(s)F_r(s)}{1+F_s(s)F_r(s)}$$

  - v menovateli sa nachádza homogénna rovnica

$$HR = V(s)\left(1+F_s(s)F_r(s)\right) = 0 \Leftrightarrow 1+F_s(s)F_r(s) = 0$$

$1+F_s(s)F_r(s)$ - charakteristická rovnica

  - z charakteristickej rovnice môžeme vypočítať korene sústavy, ktoré sú závislé od
    - K - proporcionálna zložka
    - T_i - integračná zložka
    - T_D - derivačná zložka
    - tieto parametre musíme nastaviť tak, aby všetky korene (alebo reálne časti komplexných koreňov) boli záporné
- syntéza regulačného obvodu
  - ide o nastavenie parametrov K, T_i a T_D
  - je mnoho syntéz regulačných obvodov
  - každý lineárny regulátor je popísateľný pomocou týchto parametrov
  - nutnou, ale nepostačujúcou podmienkou stability sústavy je, aby priebeh konvergoval k žiadanej hodnote
    - väčšinou sú však kladené aj požiadavky na tvar priebehu
    - regulácia sa považuje za ukončenú, ak je regulačná odchýlka v intervale ±5% od požadovanej hodnoty
  - stabilitu sústavy vyšetrujem z charakteristickej rovnice, ktorú môžeme prepísať do tvaru

$$a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n = 0$$

  - takáto rovnica sa rieši Routh – Shuerovou maticou

$$R-S = \begin{pmatrix} \vdots & & & & \\ c_n & c_{n-2} & \cdots & & \\ b_n & b_{n-2} & \cdots & & \\ a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

a_i - koeficienty v charakteristickej rovnici

$$b_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}$$

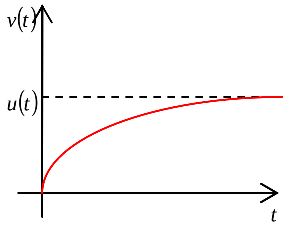
$$b_{n-2} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-4} \end{vmatrix}$$

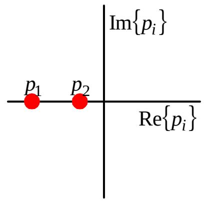
$$c_n = \begin{vmatrix} b_n & b_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$$

$$c_{n-2} = \begin{vmatrix} b_n & b_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}$$

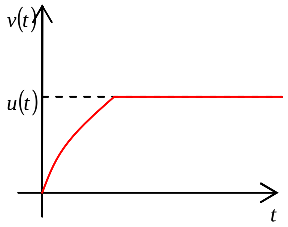
$$\vdots$$

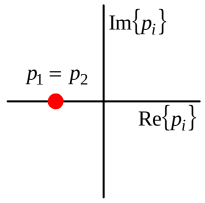
    - takto maticu budujeme dovtedy, kým v celom riadku nebudú nuly
    - všetky koeficienty musia byť kladné, aby bola sústava stabilná
  - určovanie stability na základe polohy koreňov
    - polohu koreňov vyšetrujeme v gausovej rovine
    - aby bola sústava stabilná, tak musia všetky korene ležať naľavo od imaginárnej osi
    - ak má sústava má aperiodický priebeh



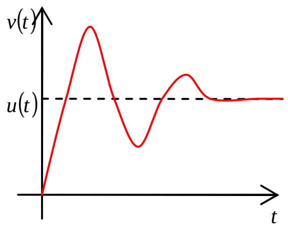


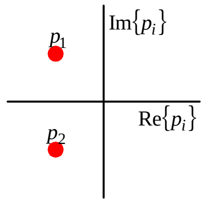
- ak má sústava priebeh na hranici aperiodicity





- ak má sústava tlmený periodický priebeh





- dominantný koreň je ten, ktorý leží najbližšie k imaginárnej osi
  - má najväčší vplyv na tvar odozvy
- v optimálnom prípade môžeme klasickým regulátorom ovplyvniť maximálne tri korene
  - jeden koreň ovplyvňujme P – regulátorom
  - dva korene ovplyvňujeme PI – alebo PD – regulátorom
  - tri korene ovplyvňujeme PID – regulátorom
- pri lineárnych sústavách vieme urobiť klasický regulátor pre sústavy maximálne tretieho rádu
- chceme aby bol priebeh aperiodický, alebo na hranici aperiodicity
- ak chceme krátky prechodový dej, tak všetky korene musia ležať čo najďalej od imaginárnej osi

- metódy regulácie
  - priame metódy
    - definujeme si, ktoré korene chceme mať a dostaneme parametre sústavy
    - maximálne do sústav tretieho rádu
    - metódy
      - bezozvyškové delenie polynómov
      - metóda koreňových trajektórií
  - nepriame metódy
    - nemáme priamy prístup ku koreňom
    - odvodené od priamych metód
    - metódy
      - D – rozklad
      - Naslinova metóda
      - Ziegler – Nicholsova metóda
- metóda bezozvyškového delenia
  - charakteristickú rovnicu vieme prepísať do tvaru

$$\sum_{i=0}^{n} a_i s^i = \sum_{i=0}^{n} a_i(w_1, w_2, \cdots, w_j) s^i = 0$$

  - tento polynóm delíme podľa toho, aký chceme mať priebeh
  - zvyšok položíme rovný nule
    - z toho vypočítame koeficienty
  - príklad
    - navrhnite PD – regulátor, aby bol dej na hranici aperiodicity, a aby bol jeden koreň rovný -3 pre sústavu, ktorá má tvar $F_s(s) = \dfrac{1}{s^2 + 5s + 3}$

$$1 + F_r(s) F_s(s) = 0$$

$$1 + (K + T_D s)\left(\frac{1}{s^2 + 5s + 3}\right) = 0$$

$$s^2 + 5s + 3 + K + T_D s = 0$$
$$s^2 + (5 + T_D)s + K + 3 = 0$$

- sústava má byt na hranici aperiodicity a má mať koreň -3, tak obrazový prenos potom je $(s+3)^2$
- podelíme tieto polynómy

$$s^2 + (5 + T_D)s + (K + 3) : (s+3)^2 = 1$$
$$-s^2 - 6s - 9$$
$$(T_D - 1)s + (K - 6)$$

- zvyšok položíme rovný nule a vypočítame parametre

$$(T_D - 1)s + (K - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} T_D - 1 = 0 & \wedge & K - 6 = 0 \\ T_D = 1 & \wedge & K = 6 \end{matrix}$$

- Naslinova metóda
  - odvodená zo všeobecnej teórie riadenia
  - používa sa na návrh regulátorov pre sústavy, ktoré majú obrazový prenos v tvare

$$F_s(s) = \frac{1}{s_0(1 + sT)^n}$$

  - umožňuje upraviť rôzne triedy parametrov

$$1 + F_r(s)F_s(s) = 0 = \sum_{i=0}^{n} a_i p_i$$

  - charakteristická frekvencia je definovaná ako

$$\omega_i = \frac{a_{i-1}}{a_i} \qquad \omega_{i-1} = \frac{\omega_i}{\alpha}$$

α - koeficient útlmu

- v koeficientoch a_i budú vystupovať parametre regulátora
- ideme od koeficientov a_i s najvyšším rádom, až kým nezostavíme celú rovnicu
- používame prvú rovnicu, kým je to možné

  - príklad

- majme danú sústavu s obrazovým prenosom $F_s(s) = \frac{1}{(1+s)^4}$
- chceme, aby bol prekmit do 15% a $K = 3\%$
- použite PID regulátor

$$1 + \left(K + T_D s + \frac{1}{T_i s}\right)\left(\frac{1}{(1+s)^4}\right)$$
$$\vdots$$
$$s^5 + 4s^4 + 6s^3 + (4 + T_D)s^2 + (1 + K)s + \frac{1}{T_i} = 0$$

- z Naslinových grafov zistíme, že pri $n = 4$ je $\alpha = 1.86$

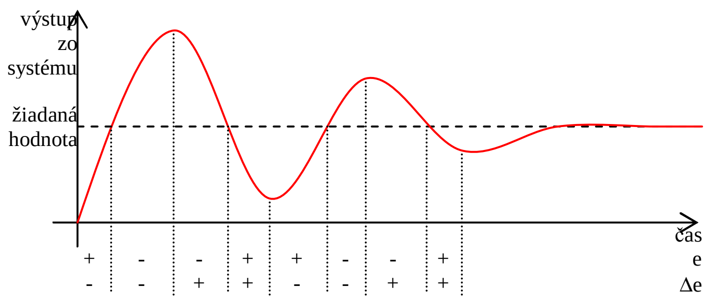
$$\omega_5 = \frac{a_4}{a_5} = \frac{4}{1} = 4$$
$$\omega_4 = \frac{a_3}{a_4} = \frac{6}{4} = 1{,}5$$
$$\omega_3 = \frac{\omega_4}{\alpha} = \frac{1{,}5}{1{,}86} = 0{,}806$$
$$a_2 = a_3\omega_3 = 6.0{,}806 = 4{,}83$$
$$\omega_2 = \frac{\omega_3}{\alpha} = \frac{0{,}806}{1{,}86} = 0{,}483$$
$$a_1 = a_2\omega_2 = 4{,}83.0{,}483 = 2{,}09$$
$$\omega_1 = \frac{\omega_2}{\alpha} = \frac{0{,}483}{1{,}86} = 0{,}233$$
$$a_0 = a_1\omega_1 = 2{,}09.0{,}233 = 0{,}487$$

- potom jednotlivé koeficienty sú

$$a_0 = \frac{1}{T_i} \Rightarrow T_i = \frac{1}{a_0} = \frac{1}{0,487} = 2,05$$
$$a_1 = 1 + K \Rightarrow K = a_1 - 1 = 2,09 - 1 = 1,09$$
$$a_2 = 4 + T_D \Rightarrow T_D = a_2 - 4 = 4,83 - 4 = 0,83$$

Návrh bázy pravidiel fuzzy regulátorov

- ručný návrh fuzzy regulátora a bázy znalostí
  - používame subjektívne ohodnocovanie
  - všeobecný postup tvorby bázy znalostí
    1. analýza vstupov a výstupov
    2. definovanie kritérií na porovnanie kvality navrhnutej bázy znalostí (veľkosť prekmitu, typ priebehu, ...)
    3. návrh počtu a typu lingvistických premenných
    4. návrh typu funkcií príslušnosti (zvonovitá, trojuholníková, singleton, ...) a prvotný návrh ich parametrov
    5. návrh prvej bázy pravidiel
    6. cyklické opakovanie 4. a 5. kroku až kým sú dobre splnená podmienka v bode 2.
  - hľadáme suboptimálne riešenie
    - neviem povedať, či existuje lepší regulátor, alebo nie
  - zmena funkcií príslušnosti spôsobuje malé zmeny v regulátore
  - zmena bázy znalostí spôsobuje veľké zmeny v regulátore
  - zmenou normovacích koeficientov zanášame skreslenie do bázy znalostí
  - predpokladajme dva vstupy a jeden výstup
    - e - poloha pracovného bodu sústavy v stavovom priestore
    - Δe - smer (znamienko) a veľkosť zmeny (absolútna hodnota) polohy pracovného bodu
    - Δu - smer (znamienko) a veľkosť zmeny (absolútna hodnota) akčnej veličiny
  - všeobecné pravidlá pre definovanie bázy znalostí
    - ak e a Δe je nulové, tak Δu je tiež nulové
    - ak e nie je nulové, ale Δe má správny smer, tak Δu je nulová
    - v ostatných prípadoch Δu je nenulové
    - ak sústava osciluje okolo žiadanej hodnoty, tak sa odporúča zhustiť počet pravidiel okolo žiadanej hodnoty



e	Δe	Δu
+	-	≈0
-	-	<<0
-	+	≈0
+	+	>>0

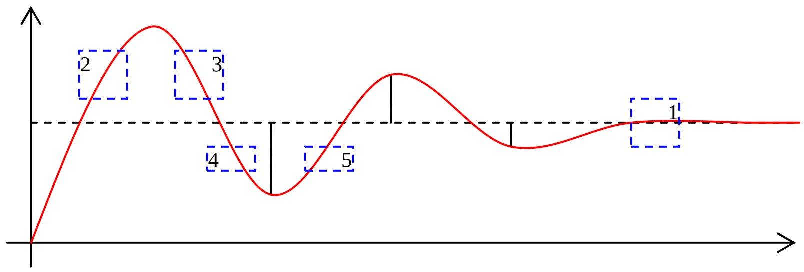
- príklad: navrhnite pravidlá pre fuzzy PI regulátor
  - má pravidlá typu

AK e je LE A Δe je $L\Delta e$ POTOM Δu je $L\Delta u$

e \ Δe	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	Z
NM	NB	NB	NB	NM	NS	Z	PS
NS	NB	NB	NM	NS	Z	PS	PM
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NM	NS	Z	PS	PM	PB	PB
PM	NS	Z	PS	PM	PB	PB	PB
PB	Z	PS	PM	PB	PB	PB	PB

  - systémy sa väčšinou správajú podobne
  - ak chceme riadenie zlepšiť musíme default tabuľku vylepšiť
  - predpokladajme, že pri stúpajúcom vstupe stúpa aj výstup
  - v tabuľke môžeme charakterizovať päť oblastí
    - sú súmerné podľa stredu
    - vytínajú príbuzné hodnoty
    - oblasť 1
      - v strede

        - chyba a aj derivácia chyby sú malé alebo blízke 0
        - potom aj akčný zásah je blízky 0
    - oblasť 2
        - vľavo hore
        - chyba je záporná a veľká
        - derivácia chyby je záporná
        - je to rastúci úsek na odozve systému
    - oblasť 3
        - vpravo hore
        - chyba je záporná
        - derivácia chyby je kladná
        - je to klesajúci úsek odozvy na jednotkový skok
    - oblasť 4
        - vpravo dole
        - chyba je kladná (pod žiadanou hodnotou)
        - zmena chyby je kladná
    - oblasť 5
        - vľavo dole
        - chyba je kladná
        - derivácia chyby je záporná
    - z grafu vidieť, ktoré pravidlá sa kedy uplatnia



- aproximácia funkcie
  - fuzzy regulátor je všeobecný aproximátor
    - fuzzy regulátorom dokážeme aproximovať ľubovoľnú spojitú funkciu
    - z hľadiska teoretických možností je možné fuzzy regulátor použiť na riadenie akejkoľvek funkcie
    - ak chceme aproximovať funkciu f , znamená to, že ju vyjadríme pomocou $g(x)$, také že platí

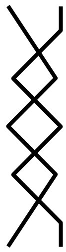
$$\forall x \in X : |f(x) - g(x)| \leq \varepsilon$$

ε - chyba aproximácie

  - vzťah vstupov a výstupov je v stavovom priestore
  - pracovný bod sa pohybuje v tomto stavovom priestore
  - jednotlivé pravidlá na oblasti sú popísané odpálenými pravidlami
  - pravidlo presne nepopíše funkciu, ale povie nám, ktorá časť sa kedy používa
  - čím menšia má byť chyba aproximácie, tým viac potrebujeme vstupných lingvistických premenných

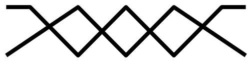
Báza znalostí

- väčšinou sa nastavuje ručne (98 – 99%)
  - pomocou heuristiky – skúsenosti
- skladá sa z
  - funkcií príslušnosti
  - pravidlá typu IF – THEN
  - špeciálne parametre
    - operátor inferencie, a pod.
    - defuzzifikačné metódy
- kritériá hodnotenia báza pravidiel
  - slúžia na to, aby sme odhadli správanie fuzzy regulátora a na odhalenie slabých miest fuzzy regulátora
  - jednou možnosťou analýzy je použitie grafického analyzátora
    - zobrazuje regulačnú plochu
    - regulačná plocha je definovaná z pravidiel v báze znalostí
    - snažíme sa odstrániť „rokliny“ v regulačnej ploche
      - prudké zmeny
      - nevhodnosť pre robustnosť systému
  - 4 kritériá hodnotenia
    - kritérium úplnosti
      - completes
      - znalosť je rozdelená do pravidiel a funkcií príslušnosti
      - v skutočnosti takéto rozdelenie nie je možné
      - pravidlá sú závislé od definícií funkcií príslušnosti



de					
PB	2.			PS	NS
PS			Z	PB	Z
Z		NS	Z	NS	
NS	PB	PS	NS	NB	
NB	PB	PB	NB	NB	1.
	NB	NS	Z	PS	PB

e



        - úplnosť nie je podmienená vyplneným všetkých buniek
        - ak pri akejkoľvek kombinácii dvoch vstupov je výška výstupnej funkcie príslušnosti väčšia ako nula, potom je splnená podmienka úplnosti

$$\forall e, \dot{e} : hg\left(O\left(e, \dot{e}\right)\right) > 0$$

            - teda ak pre každé dva vstupy je výsledná funkcia príslušnosti nenulová
        - ak nie je táto podmienka splnená, tak v regulačnej ploche dostaneme „diery“
        - ak je regulačná plocha rovnomerná, tak je báza pravidiel úplná
        - príklad 1. v mriežke

AK e je PB & $\dot{e}$ je NB POTOM <NULL>

AK e je PS & $\dot{e}$ je NB POTOM u je NB

            - je splnená podmienka úplnosti, lebo v tejto oblasti sa môže odpáliť druhé pravidlo
        - príklad 2. v mriežke
            - v tomto prípade nie je výstup definovaný, teda báza pravidiel je neúplná
        - mnohokrát nie je báza pravidiel úplná preto, lebo niektorá možnosť nemôže nastať
    - kritérium konzistentnosti
        - súvisí s kritériom jednoznačnosti pri defuzzifikačných metódach
        - hovorí, či sú nie sú dve protirečivé pravidlá
            - môže dôjsť ku konfliktom
        - zaoberá sa protirečením pravidiel
        - sú dve definície konzistentnosti
            - prísnejšia definícia
                - ak existujú dve pravidlá s rovnakou predpokladovou časťou a majú dva rôzne výstupy, potom je báza pravidiel nekonzistentná
                - je príliš prísna
                - niekedy je protirečivosť logická pre zložité systémy
                    - protirečivo uvažuje aj človek
                - fuzzy systémy vedia pracovať s protirečivosťou
            - menej prísna
                - majme dve pravidlá i a j

$$i : \text{AK } e \text{ je } LE_i \text{ a } \dot{e} \text{ je } L\Delta E_i \text{ THEN } u \text{ je } LU_i$$

$$j : \text{AK } e \text{ je } LE_j \text{ a } \dot{e} \text{ je } L\Delta E_j \text{ THEN } u \text{ je } LU_j$$

                - ak platí, že pre každé dve pravidlá platí $LU_i \cap LU_j \neq \{\ \}$, potom je báza pravidiel konzistentná
        - protirečivosť možno vyšetrovať aj z výslednej funkcie príslušnosti po fáze akumulácie
            - ak je výsledná funkcia príslušnosti nekonvexná, tak je podľa prísnej definície je podozrenie na nekonzistentnosť
            - ak je výsledná funkcia príslušnosti nekonvexná a lokálne maximá sú v rovnakej výške, potom je podozrenie na nekonvexnosť podľa menej prísnej definície
            - ak je výsledná funkcia príslušnosti konvexná, tak nie sú pravidlá nekonzistentné
            - ak nie je vrchol nekonvexnej funkcie výrazný, potom môžeme pravidlo z bázy pravidiel vyškrtnúť, lebo nemá veľký vplyv na reguláciu a môže ju zhoršiť
    - kritérium spojitosti
        - zabezpečuje, aby bol regulátor robustný, aby malé zmeny na vstupe nespôsobovali veľké zmeny na výstupe
        - ak je regulačná plocha zvlnená, potom je nesplnené kritérium spojitosti
        - susednosť
            - susedné pravidlá sú tie, ktoré majú spoločnú hranu

- báza pravidiel je spojitá, ak prieniky výstupných hodnôt vyšetrovaného štvorčeka a jeho susedov sú neprázdne množiny
    - musí platiť pre všetky bunky v matici
    - ak len jedna bunka túto vlastnosť nespĺňa potom je porušené kritérium spojitosti
- v príklade je nesplnené, lebo máme susedné pravidlá

AK e je NS & $\dot{e}$ je NB POTOM u je PB

AK e je Z & $\dot{e}$ je NB POTOM u je NB

- a prienik PB a NB je prázdna množina

- kritérium interakcie
    - doplnenie ku kritériám bázy znalostí
    - existujú dve inferencie
        - inferencia podľa pravidiel
        - kompozičná inferencia
    - interakcia nastala vtedy, ak inferencia podľa pravidiel a kompozičná inferencia dávajú rôzne výsledky

$$I_{IND} \neq I_{COM}$$

Podmienky lineárnosti fuzzy regulátorov

- fuzzy regulátor je vo všeobecnosti nelineárny regulátor
- niekedy je potrebné vytvoriť lineárny fuzzy regulátor
- dá sa dokázať, je možné previesť fuzzy regulátor na lineárny regulátor
    - predpokladáme, že u je v lineárnej kombinácii s v

$$u(u_1, u_2, \cdots, u_n)$$

$$v = \sum_{i=1}^{n} c_i u_i + d$$

c_i, d - konštanty

- len ak sú splnené nasledujúce podmienky lineárnosti
    - funkcie príslušnosti sú trojuholníkové a normálne
        - stupeň príslušnosti vrcholu je 1.0
    - vstupné funkcie príslušnosti vytvárajú fuzzy partíciu (rozdelenie)
        - funkcie príslušnosti sa pokrývajú navzájom tak, že pre akékoľvek u^* z univerza platí

$$\sum_{i=1}^{R} \mu_{A_i}(u^*) = 1$$

R - počet funkcií príslušnosti

- báza pravidiel je úplná
- inferencia v užšom slova zmysle je realizovaná pomocou t – normy
- operátor agregácie (spájanie čiastkových predpokladov) je realizované pomocou operátora produkt
- operátor akumulácie je tzv. ohraničený súčet
- ak by sme zobrali jednotlivé pravidlá a defuzzifikovali by sme výstupy jednotlivých pravidiel (u_i^*), tak sa musí pravidlo dať vyjadriť ako

$$\sum_{i=1}^{R} c_i x_i + d$$

R - počet vstupov

c_i, d - konštanty

x_i - vstup

- teda samotné pravidlo je postavené na lineárnom princípe
- ako defuzzifikačnú metódu použijeme tzv. metódu fuzzy mean
    - je to skupina defuzzifikačných metód
    - musia spĺňať podmienku, že defuzzifikovaná hodnota u^*

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^{N_F} \beta_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^{N_F} \alpha_i}$$

α_i - sila pravidla

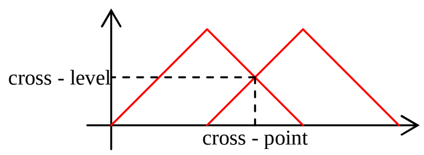
β_i - číselný popis odpáleného pravidla

N_F - počet odpálených pravidiel

- o spôsobov získania číselnej charakteristiky β je viacero
  - ▪ metóda výšok spĺňa požiadavku fuzzy mean
    - zoberieme maximálnu hodnotu z funkcie príslušnosti
  - ▪ metóda ťažiska nespĺňa túto podmienku
  - ▪ metóda priemerných súčtov túto podmienku spĺňa
- o tieto podmienky sú postačujúce ale nie sú nutné, aby bol fuzzy regulátor lineárny
  - ▪ napríklad Takagi – Sugenov regulátor
    - môže pracovať v lineárnom režime
    - operátor konjunkcie (agregácie) je možné použiť ľubovoľnú t – normu
    - musí byť splnené, aby vzťah medzi vstupom a výstupom bol lineárny

Vplyvy porovnania bázy znalostí na činnosť fuzzy regulátora

- báza znalostí sa delí na
  - o časť obsahujúca funkcie príslušnosti
  - o časť obsahujúca pravidlá
  - o časť obsahujúca špeciálne parametre
    - ▪ operátory, ktoré sa používajú
- funkcie príslušnosti
  - o musíme si všímať tvar a aj interakciu s inými funkciami príslušnosti
  - o fuzzy partícia
    - ▪ súčet stupňov príslušnosti v každom bode je rovný 1
  - o fuzzy rozdelenie
    - ▪ rozdelenie univerza funkciami príslušnosti
- vzájomné postavenie a rozdelenie univerza
  - o dve základné delenia univerza
    - ▪ funkcie príslušnosti delia univerzum rovnomerne
      - vrcholy sú od seba rovnomerne vzdialené
      - je to tzv. lineárne rozdelenie
    - ▪ funkcie príslušnosti delia univerzum nerovnomerne
      - delenie okolo nuly hustejšie, aby sme presnejšie uregulovali priebeh
      - logaritmické delenie
  - o keď použijeme málo lingvistických premenných, tak tvar regulačnej plochy bude jednoduchšia
  - o keď použijeme veľa lingvistických premenných, tak tvar regulačnej plochy bude zložitejšia
  - o pri väčšom rozdelení dochádza k ovplyvňovaniu medzi pravidlami
    - ▪ zmena funkcie príslušnosti v jednom bode ovplyvní aj iný bod v stavovom priestore
    - ▪ treba zvoliť optimálny počet lingvistických premenných
      - z odhadu systému
      - všeobecný matematický model je neznámy
      - otázky skúsenosti a intuície
      - skúsenosť hovorí, že logaritmické delenie používame v predpokladovej časti
        - o okolie nulovej regulačnej odchýlky treba lepšie popísať, aby sme mohli presnejšie regulovať celý systém
      - skúsenosť hovorí, že lineárne delenie treba používať v oblasti výstupov
        - o akčné zásahy sú rovnomerne rozptýlené, aby sme mali rovnomerný výber akčných zásahov
- pretínanie funkcií príslušnosti



  - o koľkokrát sa dve funkcie príslušnosti pretnú sa nazýva rácio pretnutia
  - o udávajú správanie výstupu regulátora
  - o pri rozdelení, keď sa funkcie príslušnosti nepretínajú, tak sú intervaly, kde sa žiadne pravidlá neodpaľujú
    - ▪ vznikajú diery v regulačnej ploche
    - ▪ algoritmus môže zamrznúť
    - ▪ ošetrenie výnimočných stavov
      - nastavenie $u^* = 0$
      - nastavenie $u^*(t) = u^*(t-1)$
  - o pri rozdelení sa funkcie príslušnosti nepretínajú, ale sa dotýkajú
    - ▪ diery v regulačnej ploche sa stanú singulárnymi bodmi
    - ▪ vieme ich ošetriť ako predtým
    - ▪ v každom kroku sa odpaľuje práve jedno pravidlo (okrem singulárnych bodov)
    - ▪ odpadá akumulácia
    - ▪ riadenie bude trhavé (nebude hladké)
  - o odporúča sa aby sa funkcie príslušnosti prekrývali
    - ▪ úroveň prekrytia je $\geq 0{,}5$

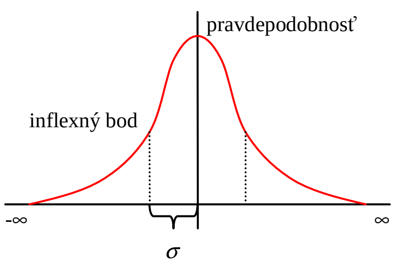
$$\mu_{cross} \geq 0{,}5$$

    - ▪ celkový výstup z regulátora sa nebude meniť ostro
    - ▪ regulátor sa bude správať spojito

        - minimalizuje sa riziko, že výstup funkcie príslušnosti bude obsahovať lokálne minimá
- podobnosť funkcií príslušnosti
    - ak sa funkcie príslušnosti budú podobať, tak potierame rozdiely medzi lingvistickými premennými
        - vplyv ak rácio pretnutia je väčšie ako 1 a funkcie príslušnosti sú veľmi prekryté, tak zobrazenie vstupov na výstup je veľmi zložité a na výstup bude vplývať nielen daný bod, ale aj široký priestor okolo neho
        - odporúča sa, aby maximálna funkcia príslušnosti v úrovni prekrytia bola menšia ako 0,7
- dobré vlastnosti fuzzy regulátora sa dajú dosiahnuť ak
    - sústava je systém maximálne tretieho rádu
    - funkcie príslušnosti tvoria fuzzy partíciu
    - rácio pretnutia sa rovná 1
    - funkcie príslušnosti sú normálne a konvexné
    - pre vstupy $(e, \dot{e})$ máme logaritmické delenie
    - pre výstupy $(u, \dot{u})$ máme lineárne rozdelenie
    - potom dostaneme výstup zo systému taký, že na jednotkový skok sa za pomerne krátku dobu s miernym prekmitom a podkmitom systém doreguluje
- výber typu funkcie príslušnosti pre vstupy
    - používajú sa lineárne funkcie príslušnosti
        - trojuholník alebo lichobežník
        - trojuholníkové funkcie príslušnosti sú podmienené lineárnosťou fuzzy regulátora
    - treba zvoliť jednoduchý popis pre lingvistické premenné
    - nelineárne funkcie príslušnosti lepšie popisujú lingvistické premenné, ale sú výpočtovo náročné
    - lineárne funkcie sú menej výpočtovo náročné, ale nie presne popisujú lingvistické premenné
    - trojuholníkové funkcie príslušnosti zanášajú nestabilitu do systému (vrchol nie je derivovateľný)
- výber funkcie príslušnosti pre výstup
    - veľmi často stačí ak je popísaný singletonmi
        - výstupný tvar regulačnej plochy ovplyvňujú triviálne
    - snažíme sa fuzzy vplyvy minimalizovať
    - snažíme sa systém linearizovať
        - lineárne sú vstupy do fuzzy pravidiel
        - nelineárne sú výstupy z fuzzy pravidiel
- charakteristika funkcií príslušnosti
    - z hľadiska vrcholov
        - označme x_p bod, kde má funkcia príslušnosti vrchol
        - zisťujeme či $\mu(x_p) = 1$
        - ak to neplatí, tak výstupná funkcia príslušnosti je nízka a nehodnoverná
    - z hľadiska symetričnosti
        - či ľavá časť a pravá časť od bodu x_p sú symetrické
        - ak je funkcia príslušnosti symetrická, tak typ defuzzifikačnej metódy nemá taký veľký vplyv
        - nemusí presne odpovedať významu lingvistickej premennej
    - z hľadiska podmienenej šírky
        - vzdialenosti x_{p1} a x_{p2} od okrajov funkcií príslušnosti FP_1 a FP_2 sú rovnaké
        - vstup bude potom plynulý
        - ak nebude táto podmienka splnená, tak výstup bude lomený
            - zalomenie vzniká tam, kde je narušená podmienka podmienenej šírky, lebo v tomto bode neexistuje derivácia a výstup sa preto mení prudko

Ostatné vplyvy na reguláciu

- šumy a poruchy
    - majú veľký vplyv na reguláciu
    - regulácia je robustná, ak sa dokáže vyrovnať s určitou mierou šumu
    - šum môže spôsobiť, že sa odpáli iné pravidlo, ako by sa odpálilo v prípade, že by tam šum nebol
    - gaussova krivka rozdelenia pravdepodobnosti



        - táto funkcia sa dá analyticky popísať ako

$$f(e) = e^{-\left((e-m)^2/\sigma^2\right)}$$

σ - variancia

        - pravdepodobnosť toho, že daná hodnota chyby bude z daného intervalu sa dá vypočítať ako

$$e^* = \langle -a; a \rangle$$

ak

$$|a| = 2\sigma$$

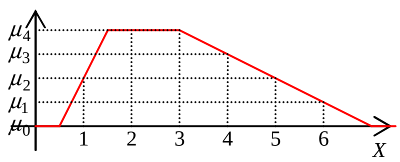
$$|-a; a| = 4\sigma$$

potom

$$e^* \in \langle -a; a \rangle \text{ s pravdepodobnosťou } 95\%$$

- ak je pravdepodobnosť výskytu šumu podľa gaussovej funkcie veľký, potom aj fuzzy množiny musia byť široké

- vplyv kvantovania
  - počítač pracuje v diskrétnom čase
  - diskretizácia
    - vybratie bodov z nezávislej osi
  - kvantovanie
    - diskretizácia na závislej osi
    - $\mu(x)$ nie je prvkom spojitého intervalu, ale je prvkom konečnej množiny stupňov príslušnosti

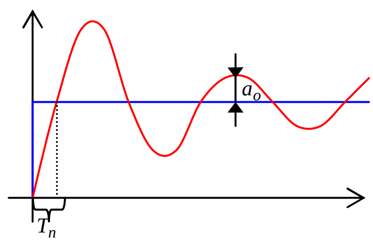


$$\mu(x) \in \{\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4\}$$

  - treba zvoliť správny počet kvantovacích hladín
    - nemusia byť lineárne
    - hustejšie kvantujeme v oblasti okolia stupňa príslušnosti 1
    - hrubšie kvantujeme v oblasti okolia stupňa príslušnosti 0

$$\mu(x) = \{0{,}0;0{,}4;0{,}6;0{,}7;0{,}8;0{,}9;0{,}95;1{,}0\}$$

  - vplyv kvantovacích hladín sa prejaví pri logaritmickom delení univerza fuzzy množinami
- vzorkovacia frekvencia
  - fyzikálna závislosť sústavy
  - Shanon – Kotelikova veta
- vplyv normalizačných koeficientov
  - neodporúča sa ich používať
  - hodnoty nemajú výpovednú hodnotu o veličinách
  - na zostavenie normalizačných koeficientov má vplyv
    - veľkosť prvého prekmitu
    - doba nábehu T_n
    - amplitúda oscilácie a_o



  - zmena normalizačných koeficientov má tiež vplyv na tieto tri vlastnosti
  - nastavenie
    - najčastejšie postupom pokus – omyl
- vplyv jednotlivých operátorov
  - operátor inferencie v užšom slova zmysle
    - nie je vhodné použiť klasický implikátor
    - používať radšej t – normy
  - operátor agregácie
    - operátor minima
      - vnáša nelinearitu do systému
      - má vplyv na citlivosť fuzzy regulátora

$$\left.\begin{aligned}\left|e(t)-e(t+1)\right| &\le \varepsilon\\ \left|\dot{e}(t)-\dot{e}(t+1)\right| &\le \varepsilon\end{aligned}\right. \Rightarrow u \le d$$

- pri použití tohto operátora môže nastať nasledujúca situácia

$$\left|e_1-e_2\right| = \left|e_3-e_4\right| = \varepsilon$$

$\left|e_1-e_2\right|$ povedie na výstup δ_1

$\left|e_3-e_4\right|$ povedie na výstup δ_2

- operátor produktu
  - ako jediný operátor je lineárny
  - regulácia je spojitejšia a hladšia

- fuzzy regulátor možno chápať ako usporiadanú sedmicu

$$FR = \left(LP, FP, T_A, T_I, S_A, DM, N\right)$$

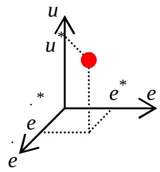
LP - lingvistické premenné
FP - množina funkcií príslušnosti
T_A - agregačný operátor
T_I - operátor inferencie v užšom slova zmysle
S_A - operátor akumulácie
DM - fuzzifikačné a defuzzifikačné metódy
N - normalizačné a denormalizačné koeficienty

Fuzzy relácie

- ďalší spôsob zápisu funkcií príslušnosti
- operácia je zobrazenie $X \to Y$
  - ide o zobrazenie jednej množiny do druhej
- môžeme však zobraziť aj

$$X \times Y \to Z$$

  - dávame množiny do vzťahu (relácie) pomocou karteziánskeho súčinu



  - takto je vyjadrená aj regulačná plocha
  - teda regulačná plocha je popísaná reláciou

$$R : X \times Y \to Z$$

- funkcia je špecifický prípad fuzzy relácie
- charakteristická funkcia má tvar

$$ch.f. = \begin{cases} 1; & x \in f(x) \\ 0; & inak \end{cases}$$

- charakteristická funkcia je veľmi prísna
- uvažujme
  - ak bod leží na regulačnej ploche, tak do množiny určite patrí
  - ak bod leží ďaleko od regulačnej plochy, tak do množiny určite nepatrí
  - ak bod leží blízko regulačnej, tak do množiny patrí so stupňom príslušnosti
  - charakteristická funkcia sa mení na funkciu príslušnosti

$$\mu(x,y) \in \langle 0,1 \rangle$$

- v našom prípade by sme vedeli reprezentovať fuzzy reláciu ako

$$R = \int_{X \times Y} \mu(x,y)/(x,y)\, dxdy \qquad \text{- pre spojitý prípad}$$

$$R = \sum_{X \times Y} \mu(x,y)/(x,y) \qquad \text{- pre diskrétny prípad}$$

- funkcia príslušnosti je špeciálny prípad fuzzy relácie

- je to unárna fuzzy relácia

- n – árna fuzzy relácia

$$R : X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$$

  - dá sa zapísať aj ako

$$R = \int_{X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n} \mu(x_1, x_2, \cdots, x_n) / (x_1, x_2, \cdots, x_n)\, dx_1 dx_2 \cdots dx_n$$

- operácie s fuzzy reláciami
  - ako príklad použijeme

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	0.7	0.3	0.0
2	0.7	1.0	0.7	0.3
3	0.3	0.7	1.0	0.7
4	0.0	0.3	0.7	1.0

  - platia tie isté ako pri fuzzy množinách
    - prienik relácií pomocou operátora produktu

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	0.7	0.3	0.0
2	0.7	1.0	0.7	0.3
3	0.3	0.7	1.0	0.7
4	0.0	0.3	0.7	1.0

$\cap$

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	1.0
3	1.0	1.0	1.0	1.0
4	1.0	1.0	1.0	1.0

=

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	0.7	0.3	0.0
2	0.7	1.0	0.7	0.3
3	0.3	0.7	1.0	0.7
4	0.0	0.3	0.7	1.0

    - zjednotenie pomocou operátora maxima

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	0.7	0.3	0.0
2	0.7	1.0	0.7	0.3
3	0.3	0.7	1.0	0.7
4	0.0	0.3	0.7	1.0

$\cup$

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	1.0
3	1.0	1.0	1.0	1.0
4	1.0	1.0	1.0	1.0

=

X \ Y	1	2	3	4
1	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	1.0
3	1.0	1.0	1.0	1.0
4	1.0	1.0	1.0	1.0

  - ďalšie špeciálne operácie
    - operácia projekcie
      - binárny prípad (projekcia R na Y)

$$\Pr oj(R) naY = \int_Y \sup_{x \in X} \mu_R(x, y) / y\, dy$$

      - všeobecne

$$U = \mathop{\pi}_{i=1}^{n} U_i \qquad V = \mathop{\pi}_{j=1}^{k} U_m$$

spojením dostaneme zmiešanú postupnosť $\left(x_{i_1}, \cdots, x_{j_1}, \cdots, x_{j_k}, \cdots, x_{i_n}\right)$

$$\Pr oj(R) naV = \int_V \sup_{x_{i_1}, \cdots, x_{i_k}} \mu_R\left(x_{i_1}, \cdots, x_{j_1}, \cdots, x_{j_k}, \cdots, x_{i_n}\right) / \left(x_{j_1}, \cdots, x_{j_k}\right) dx_{j_1} \cdots dx_{j_k}$$

      - ide o projekciu do menej rozmerov
      - $\Pr oj(R) naX$

		Y			
		1	2	3	4
X	1	1.0	0.7	0.3	0.0
	2	0.7	1.0	0.7	0.3
	3	0.3	0.7	1.0	0.7
	4	0.0	0.3	0.7	1.0

X	1.0
	1.0
	1.0
	1.0

- $\Pr oj(R) na Y$

		Y			
		1	2	3	4
X	1	1.0	0.7	0.3	0.0
	2	0.7	1.0	0.7	0.3
	3	0.3	0.7	1.0	0.7
	4	0.0	0.3	0.7	1.0

Y			
1.0	1.0	1.0	1.0

- cylindrické rozšírenie
  - binárny prípad

$$ce(Y) = \int_{X\times Y} \mu(x)/(x,y)\, dxdy$$

  - všeobecne

$$U = \pi_{i=1}^{n} U_i \qquad V = \pi_{j=1}^{k} U_m$$

spojením dostaneme zmiešanú postupnosť $\left(x_{i_1},\cdots,x_{j_1},\cdots,x_{j_k},\cdots,x_{i_n}\right)$

$$ce(V) = \int_{U\times V} \mu_R\left(x_{i_1},\cdots,x_{i_k}\right)/\left(x_{i_1},\cdots,x_{j_1},\cdots,x_{j_k},\cdots,x_{i_n}\right)dx_{i_1}\cdots dx_{j_1}\cdots dx_{j_k}\cdots dx_{i_n}$$

  - ide o rozšírenie na viac rozmerov s rovnakým stupňom príslušnosti
  - projekciou množiny a jej následným rozšírením nedostanem pôvodnú reláciu
  - rozšírením a následnou projekciou dostanem pôvodnú reláciu
  - $ce(X)$

Y			
1.0	1.0	1.0	1.0

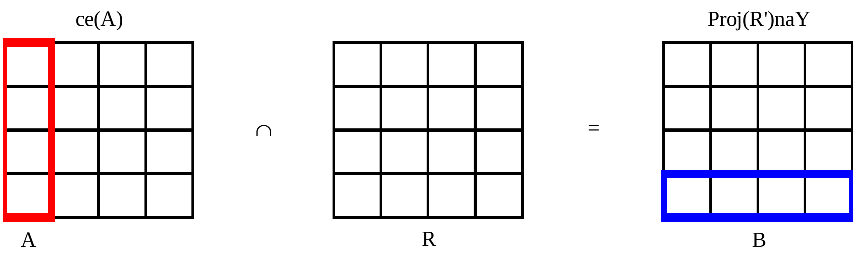
		Y			
		1	2	3	4
X	1	1.0	1.0	1.0	1.0
	2	1.0	1.0	1.0	1.0
	3	1.0	1.0	1.0	1.0
	4	1.0	1.0	1.0	1.0

  - $ce(Y)$

	1.0
X	1.0
	1.0
	1.0

		Y			
		1	2	3	4
	1	1.0	1.0	1.0	1.0
X	2	1.0	1.0	1.0	1.0
	3	1.0	1.0	1.0	1.0
	4	1.0	1.0	1.0	1.0

- kompozícia



$$B = \mathrm{Pr}\,oj\left(ce(A) \cap R\right)naY$$

- pre viac vstupov

$$LU = \mathrm{Pr}\,oj\left(\left(ce(LE) \cap ce\left(L\dot{E}\right)\right) \cap R\right)naU$$

  - prvý operátor prieniku vykonáva agregáciu
  - druhý operátor prieniku vykonáva inferenciu v užšom slova zmysle

- predpokladajme pravidlo

IF e je LE & $\dot{e}$ je $L\dot{E}$ THEN u je LU

  - toto pravidlo môžeme zapísať ako fuzzy reláciu

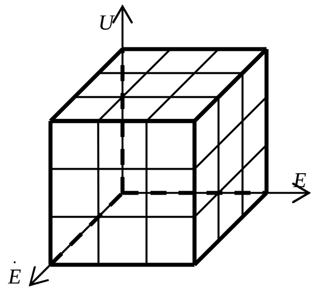
$$R_i = \int\limits_{E\times\dot{E}\times U} T_i\left(T_A\left(\mu_{LE}\left(e^*\right);\mu_{L\dot{E}}\left(\dot{e}^*\right)\right);\mu_{LU}\left(u^*\right)\right) \Big/ \left(e^*,\dot{e}^*,u^*\right) de\,d\dot{e}\,du$$

  - ak by sme mali viacero takýchto pravidiel, tak by sme ich museli zjednotiť

$$R = \bigcup_{i=1}^{N_r} R_i$$

  - vo všeobecnosti (ak by sme mali viac predpokladových častí) by sme dostali n – rozmernú kocku
    - bunky nám udávajú s akým stupňom príslušnosti patrí daný prvok do množiny
- poznáme dva typy inferencie
  - inferencia podľa jednotlivých pravidiel
    - na klasických fuzzy množinách
    - využíva sa na 99%, lebo je bližšia ľudskému uvažovaniu
  - kompozičná inferencia
    - predpokladá existenciu fuzzy relácie *R*
    - vykonáva sa na základe kompozičného pravidla
    - odpadá akumulácia
- výhody a nevýhody jednotlivých inferencií
  - inferencia podľa pravidiel je bližšia užívateľovi
  - inferencia podľa jednotlivých pravidiel je jednoduchšia
    - rovnako zložitá, ak sa odpália všetky pravidlá
  - kompozičná inferencia sa používa v adaptívnych fuzzy systémoch
- zápis bázy pravidiel do fuzzy relácie
  - opačný postup je nejednoznačný
  - majme pravidlo typu

IF e je LE & $\dot{e}$ je $L\dot{E}$ THEN u je LU

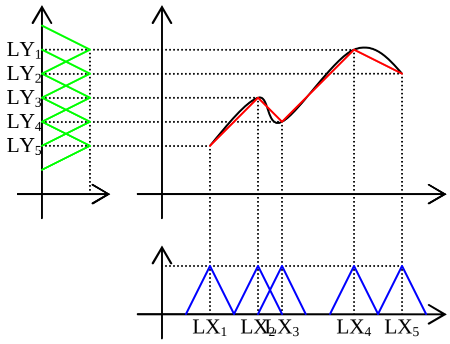


- na vodorovnej osi sú stupne príslušnosti pre E
- na šikmej osi sú stupne príslušnosti pre $\dot{E}$
- na zvislej osi sú stupne príslušnosti pre U
- množiny LE, $L\dot{E}$ a LU cylindricky rozšírim na 3 rozmery a dostanem $ce(LE)$, $ce\left(L\dot{E}\right)$ a $ce(LU)$
- na výstupe dostanem jednu kocku, ktorá je reprezentantom relácie pre jedno pravidlo
- následne ich všetky zjednotím do jednej relácie R

Návrh fuzzy regulátora z regulačnej krivky

- predpokladajme SISO systém s pravidlom

IF X THEN Y



  - vyznačíme si charakteristické body
    - čím ich je viac, tým bude aproximácia funkcie presnejšia
  - zostrojíme si funkcie príslušnosti s trojuholníkového tvaru v charakteristických bodoch

Typy neurčitostí v stavovom priestore

- spôsobov zápisu systémov je mnoho
  - jedným z nich je zápis v stavovom priestore
- na regulátor sa nepozeráme ako na čiernu skrinku
  - predpokladáme, že má určité vnútorné stavy

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix}$$

- potom systém môžeme zapísať

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}n \end{bmatrix} = [A]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + [B]u \qquad y = [C]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + [D]u$$

  - v diskrétnom priestore prejde $\dot{x}(t)$ na $x(k+1)$
    - je to tzv. prediktor na nasledujúci krok
  - druhá rovnica popisuje výstup zo sústavy
- typy neurčitosti
  - nepresnosť merania x_i, u a prípadne pre kontrolu aj y (nepresnosť)
  - nepresnosť spôsobená nedostatočnou znalosťou o systéme, teda o maticiach A, B, C a D (neurčitosť)
- boli pokusy nepresnosti a neurčitosti popísať fuzzy číslami
  - fuzzy čísla sú fuzzy množiny na univerze reálnych čísel
  - fuzzy čísla sa označujú vlnovkou, napríklad: $\tilde{7}$
  - na fuzzy číslach existuje aritmetika

        - sčítanie
        - odčítanie
        - násobenie
        - delenie
    - každá aritmetická operácia na fuzzy číslach je definovaná na princípe rozšírenia

Uplatnenie fuzzy technológie v súčasnosti

- využitie regulátorov v praxi
    - PID regulátory (PSD v diskrétnom priestore) – 95%
    - fuzzy regulátory – 4%
    - neurónové a ostatné regulátory – 1%
- fuzzy regulátory sa používajú najmä v spotrebnej elektronike, a teda sa ich vyrábajú veľké množstvá