

# Výroková logika

## Výrok

Základným pojmom výrokovej logiky je výrok. **Výrok** je tvrdenie, o ktorého pravdivosti má zmysel uvažovať, teda viem rozhodnúť, či je pravdivé alebo nepravdivé (nemusím vedieť rozhodnúť hneď).

Pravdivostná hodnota výroku:

- pravda, lož
- 1,0
- true, false

## Príklady

Tráva je zelená.

výrok, pravdivý

$2 + 2 = 5$

výrok, nepravdivý

Zatvor dvere.

nie je výrok

Je vonku teplo?

nie je výrok

Táto veta je nepravdivá.

nie je výrok

$x > 2$

nie je výrok, lebo neviem, čo je  $x$

## Logické operátory (spojky)

Logické operátory umožňujú vytvárať z jednoduchých výrokov zložené. Logický operátor nerobí nič so zmyslom viet. Najpoužívanejšie logické operátory sú: negácia, konjunkcia, disjunkcia, implikácia a ekvivalencia.

Nech  $A, B$  sú výroky. Potom

- negáciou** výroku  $A$  nazývame výrok „Nie je pravda, že  $A$ “ a označujeme ho  $\neg A$ ,
- konjunkciou** výrokov  $A, B$  nazývame výrok „ $A$  a  $B$ “ a označujeme ho  $A \wedge B$ ,
- disjunkciou** výrokov  $A, B$  nazývame výrok „ $A$  alebo  $B$ “ a označujeme ho  $A \vee B$ ,
- implikáciou** výrokov  $A, B$  nazývame výrok „Ak  $A$ , potom  $B$ .“ a označujeme ho  $A \Rightarrow B$ ,
- ekvivalenciou** výrokov  $A, B$  nazývame výrok „ $A$  práve vtedy, keď  $B$ “ a označujeme ho  $A \Leftrightarrow B$ .

## Príklady

- Nie je pravda, že prší.
- Prší a svieti slnko.
- Prší alebo svieti slnko.
- Ak si napíšeš úlohu, pôjdeme na zmrzlinu.
- Prírodné číslo je deliteľné tromi práve vtedy, keď je jeho ciferný súčet deliteľný tromi.

## Pravdivostné tabuľky

A	$\neg A$
0	1
1	0

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$	$A \oplus B$	$A \downarrow B$	$A \uparrow B$
0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0
		AND min	OR max	$\leq$	$=$	XOR < $\neq$ >	NOR	NAND

Poznámka

$\oplus$  - sčítanie modulo 2

XOR - vylučujúce alebo, dáva 1, keď je pravdivý práve jeden

$\Leftrightarrow$  - negácia ekvivalencie

$\downarrow$  - Peirce,  $A \downarrow B = \neg(A \vee B)$

$\uparrow$  - Sheffer,  $A \uparrow B = \neg(A \wedge B)$

## Výpočet hodnoty zloženého výroku

**Pr.**

$$((0 \text{ XOR } 1) \Rightarrow (1 \vee 0)) \wedge (1 \Leftrightarrow 1) = (1 \Rightarrow 1) \wedge 1 = 1 \wedge 1 = 1$$

**Pr.**

Urči hodnotu zloženého výroku  $(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$  pre všetky možné hodnoty A, B, C.

A	B	C	(A	Ú	(BÚC))	Ť	((AÚB)	Ť	(AÚC))
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

## Výroková formula a iné spôsoby zápisu zložených výrokov

A, B, p, q, ... výrokové premenné

**Df. výroková formula (logický výraz)**

1. Každá výroková premenná a konštanta (0, 1) sú výrokové formuly.
2. Ak p, q sú výrokové formuly, potom aj  $\neg p$ ,  $(p \wedge q)$ ,  $(p \vee q)$ ,  $(p \Rightarrow q)$ ,  $(p \Leftrightarrow q)$ ,  $(p \uparrow q)$ ,  $(p \downarrow q)$ ,  $(p \oplus q)$  sú výrokové formuly.
3. Nič iné nie je výroková formula.

**Pr.**

- A, B, C, 0, 1,  $\neg B$ ,  $(1 \wedge \neg B)$ ,  $((A \vee C) \wedge (B \vee D))$  sú výrokové formuly
- $(A \vee) C \Rightarrow$  nie je výroková formula

## Spracovanie logického výrazu v zásobníku

ide po 1. pravú zátvorku

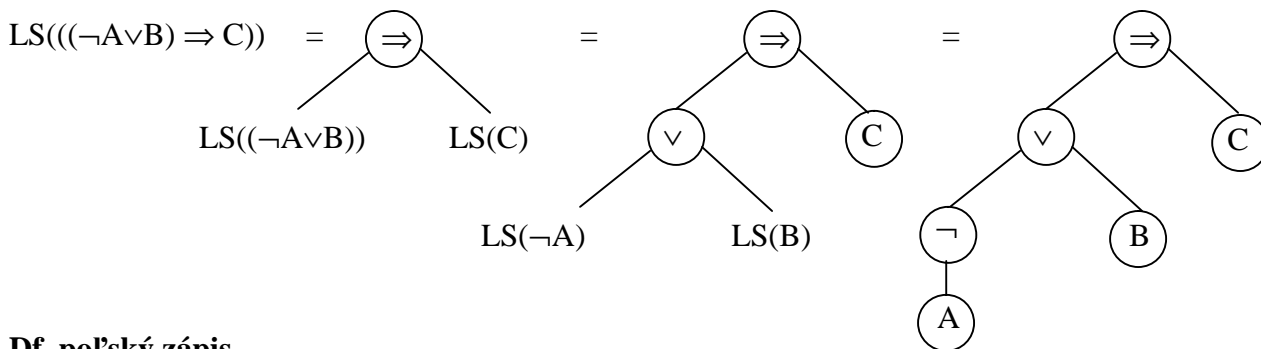
zásobník	Vstup
	$(1 \uparrow ((0 \vee 1) \Rightarrow 0) \oplus 0))$
$(1 \uparrow ((0 \vee 1)$	$\Rightarrow 0) \oplus 0))$
$(1 \uparrow ((0 \vee 1) \oplus 0)$	$\Rightarrow 0) \oplus 0))$
$(1 \uparrow ((1 \Rightarrow 0)$	$\oplus 0))$
$(1 \uparrow ((1 \Rightarrow 0) \oplus 0)$	$\oplus 0))$
$(1 \uparrow (0 \oplus 0)$	$\oplus 0))$
$(1 \uparrow (0 \oplus 0)$	)
$(1 \uparrow (0 \oplus 0)$	)
$(1 \uparrow 0)$	)
	$(1 \uparrow 0)$
1	

### Df. logická schéma

1.  $LS(0) = 0$ ,  $LS(1) = 1$ ,  $LS(x) = x$

2.  $LS(\neg\alpha) = \neg$  (node diagram)  
 $LS((\alpha \vee \beta)) = \vee$  (node diagram)

### Pr.



### Df. pol'ský zápis

1.  $PZ(0) = 0$ ,  $PZ(1) = 1$ ,  $PZ(x) = x$

2.  $PZ(\neg\alpha) = PZ(\alpha)\neg$   
 $PZ((\alpha \vee \beta)) = PZ(\alpha) PZ(\beta)\vee$

...

### Pr.

$PZ(((\neg A \vee B) \Rightarrow C)) = PZ((\neg A \vee B)) PZ(C) \Rightarrow = PZ(\neg A) PZ(B) \vee PZ(C) \Rightarrow =$   
 $PZ(A) \neg PZ(B) \vee PZ(C) \Rightarrow = A \neg B \vee C \Rightarrow$

## Vyhodnotenie poľského zápisu v zásobníku

ide po 1. operátor

zásobník		vstup
		$0 \neg 1 \vee 1 \Rightarrow$
0	$\neg$	$1 \vee 1 \Rightarrow$
	$0 \neg$	$1 \vee 1 \Rightarrow$
11	$\vee$	$1 \Rightarrow$
	$11 \vee$	$1 \Rightarrow$
11	$\Rightarrow$	
	$11 \Rightarrow$	
1		

### Poznámka

bežný zápis	funkcionálny zápis	poľský zápis
	$\sin(x)$	
$a + b$	$+(a, b)$	$a b +$
$a * b$	$*(a, b)$	$a b *$
$a \vee b$	$\vee(a, b)$	$a b \vee$
$\neg a$	$\neg(a)$	$a \neg$